MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

TERZO COMPITINO

20 Marzo 2009

Nome e cognome **Matricola**

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo "0.5" o "No" non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Calcola la derivata prima della funzione* $f\colon (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = x^{3/2}\tan(x)$.

Esercizio 1.2. *Calcola il seguente integrale definito:*

$$\int_2^3 \frac{1}{1+x}\,dx\ .$$

Esercizio 1.3. *Considera le funzioni* $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definite da*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{15}x^3 & \text{se } x \in [-1, 2], \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in [-2, -1], \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Quale di queste due funzioni non *è una densità di probabilità? Perché?*

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Determina massimi e minimi locali della funzione* $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *definita da*

$$f(x) = e^x \sin(x) \; .$$

Esercizio 2.2. *A temperatura fissata, la radianza spettrale* $I(\nu)$ *di un certo corpo dipende dalla frequenza* ν *secondo la formula*

$$I(\nu) = \frac{\nu^2 + \nu}{e^\nu}.$$

Studia la funzione $I\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$*. Considerando solo le frequenze positive, cosa puoi concludere sulla radianza spettrale del corpo per frequenze molto piccole o molto grandi? E fra quali valori può variare la radianza spettrale del corpo?*

Esercizio 2.3. *Considera una variabile aleatoria reale* X *la cui funzione di distribuzione* $F_X : \mathbb{R} \to [0,1]$ *data da*

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq 0, \\ 1 - \frac{1}{5}e^{-t}(t^2 + 4t + 5) & \text{se } t \geq 0. \end{cases}$$

Determina la densità di probabilità, il valore atteso e la varianza di X*.*