

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
COMPITINO DI RECUPERO — TESTO B
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO
11 febbraio 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

Corso di laurea: *Scienze Naturali e Ambientali*

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Due negozi di vestiti oggi vendono lo stesso cappotto allo stesso prezzo P . Domani il primo negozio alza il prezzo del cappotto del 20%, mentre il secondo negozio lo abbassa del 20%; giovedì il primo negozio interviene di nuovo abbassando il prezzo di 20 euro, mentre il secondo negozio interviene di nuovo alzando il prezzo di 20 euro. Sapendo che dopo tutte queste modifiche i due negozi vendono il cappotto nuovamente allo stesso prezzo, qual era il prezzo P iniziale?

Esercizio 2. Esiste un valore di $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui i piani di equazione cartesiana rispettivamente $\alpha x + 2y - z = 3$ e $6x - \frac{4}{3}\alpha y - 2z = 2\alpha$ siano coincidenti? Se pensi che la risposta sia affermativa, determina per quali α ; se pensi la risposta sia negativa, spiega perché.

Esercizio 3. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^3 + 1$ è invertibile? Se sì, determina la funzione inversa; se no, spiega perché non lo è.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Alle elezioni comunali di un piccolo comune della campagna lucchese si presentano sempre due soli partiti, il Partito dei Taglialegna (PT) e il Partito dei Frantoi (PF). Le campagne elettorali sono sempre molto combattute, per cui tutti gli aventi diritto vanno sempre a votare.

- (i) Nelle elezioni del 2007 il PT ha ricevuto 1600 voti, il PF ha ricevuto 1200 voti e ci sono state 200 schede bianche o nulle. Calcola la percentuale di voti ricevuti da PT e PF.
- (ii) Nelle elezioni del 2011 sono andate a votare 3600 persone, il PT ha ottenuto il 50% dei voti e il PF ha ottenuto il 30% dei voti. Calcola il numero di schede bianche o nulle in queste elezioni.
- (iii) Un esame più accurato delle schede delle elezioni del 2011 ha mostrato che mentre la percentuale di voti attribuita al PT era esatta, la percentuale di voti ottenuti da PF era stata calcolata con un errore assoluto di 5 punti percentuali: scrutatori distratti avevano versato dell'olio sulle schede confondendo schede bianche o nulle e schede con voto valido per il PF. Calcola l'errore relativo nel numero di schede bianche o nulle in queste elezioni.
- (iv) Nel 2015, rispetto al 2011 la percentuale di voti ottenuti da PT è aumentata di 10 punti percentuali. Eppure il numero assoluto di voti ricevuti da PT nel 2015 è identico al numero di voti che aveva ricevuto nel 2011 come calcolato nel punto (ii). Determina quante persone sono andate a votare nel 2015.

Esercizio 5.

- (a) Scrivi un'equazione cartesiana del piano π passante per il punto $P = (-1, 1, 1)$ e ortogonale alla retta s di equazione parametrica

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 1 \\ 1 \\ 1 \end{cases} + t \begin{cases} -2 \\ 2 \\ -1 \end{cases} .$$

- (b) Scrivi un'equazione cartesiana del piano σ passante per il punto $Q = (1, -1, 1)$ e contenente la retta s .
- (iii) Scrivi delle equazioni parametriche della retta ottenuta come intersezione dei piani π e σ .

Esercizio 6. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x - y + \frac{1}{2}\alpha z - w = 5, \\ x + 2y + z + w = 1, \\ -2x + 2y + 2w = \alpha. \end{cases}$$