

ANNO ACCADEMICO 2016–17  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**  
**QUARTO SCRITTO**

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

8 gennaio 2018

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola la derivata della seguente funzione:

$$h(x) = \sin(\cos(x)).$$

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{-1}^1 (\sin(x))^3 dx.$$

[*Suggerimento:* non provare a calcolare l'integrale indefinito.]

**Esercizio 3.** Esiste un sistema lineare di tre equazioni in quattro incognite senza soluzioni? Se ritieni che esista, scrivine uno; se ritieni che non esista, spiega perché.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $h_1$  continua, definita e crescente su tutto  $\mathbb{R}$  e tale che in  $x = 1$  il suo grafico sia tangente all'asse delle ascisse;
- (ii) una funzione  $h_2: \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$  continua, decrescente su tutto il suo dominio e tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h_2(x) = 2$ ;
- (iii) una funzione  $h_3$  continua, con dominio tutto  $\mathbb{R}$  e tale che le soluzioni dell'equazione  $h_3(x) = 0$  siano tutti e soli i numeri interi multipli di 3.

**Esercizio 5.** Filippo, Giorgio e Marco devono comprare del vino per la festa dell'ultimo dell'anno che stanno organizzando. Avendo gusti molto simili, vanno a comprare gli stessi vini nello stesso negozio. Filippo compra una bottiglia di Barolo, 4 bottiglie di Franciacorta e 2 bottiglie di Passito di Pantelleria e spende 110 euro. Giorgio compra 2 bottiglie di Barolo, 2 bottiglie di Franciacorta e 4 bottiglie di Passito di Pantelleria e spende 160 euro. Marco compra 3 bottiglie di Barolo, una bottiglia di Franciacorta e 2 bottiglie di Passito di Pantelleria, e spende 140 euro. Qual è il costo alla bottiglia dei tre tipi di vino?

**Esercizio 6.** Una popolazione di api evolve secondo il modello

$$A(t) = 20 + 80e^{t-t^2},$$

dove  $A(t)$  denota il numero di api presenti al tempo  $t$  (misurato in mesi).

- (i) Studiando la funzione  $A$ , anche per valori di  $t$  negativi, determina in che istante  $t_{\max}$  la popolazione di api raggiunge il massimo numero  $A_{\max}$  di individui.
- (ii) Mostra che  $100 < A_{\max} < 180$ . [*Suggerimento:*  $\log 2 \simeq 0.693$ ]
- (iii) Secondo questo modello, la popolazione di api si estingue?