

Compitino di MDAL

14 giugno 2017

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis.

Parte I, con esercizi a risposta secca.

1. Il Professor X ha 30 libri nel suo studio di cui 10 di matematica, 12 di informatica, e 8 di fisica. Vorrebbe disporli sullo scaffale in modo da avere i libri dello stesso soggetto vicini tra loro (ovvero a sinistra tutti i libri di un soggetto, al centro quelli di un altro soggetto, e a destra quelli del rimanente soggetto).
 - (a) (Punti 1) Quanti modi ci sono per disporre i libri sullo scaffale?
 $3!10!12!8!$
 - (b) (Punti 1) Supponiamo ora che il professore decida di regalare 8 dei suoi libri ad un collega, con l'unico vincolo che i libri da regalare siano dello stesso soggetto. In quanti modi possono essere scelti i 8 libri? $\binom{10}{8} + \binom{12}{8} + \binom{8}{8}$
2. (Punti 2) Sia $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ un polinomio monico di grado 3 a coefficienti reali tale che $p(4) = 0$ e $p(2+i) = 0$. Determinare $p(1)$.
 $p(1) = -6$, in quanto $p(x) = (x-4)(x-2-i)(x-2+i)$
3. Supponiamo di avere tre sottospazi vettoriali A, B, C di \mathbb{R}^5 tali che $A \cap B = A \cap C = B \cap C = \{0\}$.
 - (a) (Punti 1) Possiamo concluderne che $\dim(A+B+C) = \dim(A) + \dim(B) + \dim(C)$? **NO**
 - (b) (Punti 1) Siano A, B, C tre sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 tali che $A \oplus B = A \oplus C$ (somme dirette). Possiamo concluderne che $B = C$? **NO**

4. (Punti 2) Quante sono le coppie $(a, b) \in \mathbb{Z}/(63) \times \mathbb{Z}/(63)$ tali che $ab \equiv 1 \pmod{63}$?

36, in quanto a deve essere invertibile ($\phi(63) = 36$ possibilità), e b deve essere l'inverso di a .

5. (Punti 2) Siano L e M due endomorfismi lineari di \mathbb{R}^3 con matrici associate rispetto alla base canonica rispettivamente $[L]$ e $[M]$:

$$[L] = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad [M] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Trovare il determinante dell'endomorfismo $M \circ L$ di \mathbb{R}^3 .

-40, in quanto il determinante del prodotto è il prodotto dei determinanti.

6. (Punti 2) Fra le applicazioni lineari $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ descritte individuare tutte quelle per cui $(1, 0, 1)$ è un autovettore. [Eventualmente rispondere anche NESSUNA]

(a) $T_1(x, y, z) = (2z, 2y, 2x + 2y)$ **SI**

(b) $T_2(x, y, z) = (0, 0, y)$ **SI**

(c) $T_3(x, y, z) = (3x - 2z, x + z, 2z - x)$ **NO**