

Esercizi di Geometria Superiore 1  
22 novembre 2007

**Esercizio 1.** Quante curve non orientate semplici chiuse ci sono nella bottiglia di Klein?

**Esercizio 2.** Mostrare che la varietà  $(S^2 \times S^1) \# (S^2 \times S^1)$  non contiene superfici incompressibili.

**Esercizio 3.** Sia  $T \subset M$  un toro incompressibile in una 3-varietà irriducibile  $M$ . Sia  $D \subset M$  un disco propriamente contenuto (cioè  $\partial D = D \cap \partial M$ ). Mostrare che tramite isotopia è possibile spostare il toro  $T$  in un altro toro  $T'$  disgiunto da  $D$ .

**Esercizio 4.** Sia  $M$  varietà compatta con  $\partial M = T$  un toro. Sia  $D \subset M$  un disco proprio con  $\partial D$  non banale in  $H_1(T)$ . Mostrare che  $M = \mathbf{T} \# M'$  per qualche varietà compatta  $M'$  senza bordo (qui  $\mathbf{T}$  è un toro solido).