

Primo compito di Analisi Matematica II
Corso di Laurea in Fisica, Corso A, A.A. 2003/04

Pisa, 31 marzo 2004

1) Dire se i seguenti integrali impropri convergono e, nel caso, calcolarne il valore

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + (x + x^5)e^{-x^2}}{1 + x^4} dx, \quad \int_{-1}^0 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3x + 2}} dx.$$

2) Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = \frac{(\cos x)^4}{y^3}$$

[si consiglia di effettuare la sostituzione $z = y^4$].

Disegnare il grafico delle soluzioni.

3) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale a variabili separabili

$$\frac{dy}{dx} = e^x \cosh y$$

e disegnarne il grafico.

4) [facoltativo] Sia $u : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile in tutti i punti di (a, b) con derivata u' integrabile secondo Riemann. Si dimostri che

$$u(y) - u(x) = \int_x^y u'(t) dt$$

per ogni $x, y \in [a, b]$.