

1) Determinare il massimo e il minimo della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sin x}{e^y} - \frac{\sin y}{e^x},$$

sul vincolo

$$Q = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \right\}.$$

2) Si calcoli l'integrale

$$\int_D \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy,$$

dove D è il quarto di cerchio di centro l'origine e raggio 1, compreso nel primo quadrante.

3) Dato $\alpha > 0$, si consideri la curva piana di equazione (in coordinate polari)

$$\rho = \frac{1}{1+\theta^\alpha} \quad \theta \in [0, +\infty).$$

Si dica per quali $\alpha > 0$ la curva ha lunghezza finita.