Fondamenti di Analisi II 30 Gennaio 2012 - Versione **A**

Cognome, Nome:

Esercizio 1.
Sia D la regione di $\mathbb{R}^3$ definita da

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}\}\,.$$

a) Disegnare D.
b) Calcolare l'integrale triplo

$$\int_D 2z dx dy dz\,.$$

c) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (xz, yz, xy)$$

attraverso la frontiera di D.

Esercizio 2.
Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$$

e si dica quali di tali punti corrispondono a minimi locali e globali.

Esercizio 3. Trovare i punti della curva definita dall'equazione

$$5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$$

di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si stabilisca se il campo vettoriale

$$G(x,y) = (3y^2 + 5x^4 y, x^5 + 6xy)$$

è il gradiente di una funzione e, in quel caso, se ne determini un potenziale.

Fondamenti di Analisi II 30 Gennaio 2012 - Versione **B**

Cognome, Nome:

Esercizio 1.
Sia D la regione di $\mathbb{R}^3$ definita da

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leq 4, -\sqrt{16-x^2-y^2} \leq z \leq 1\}\,.$$

a) Disegnare D.
b) Calcolare l'integrale triplo

$$\int_D 2z dx dy dz\,.$$

c) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (yz, xz, z^2)$$

attraverso la frontiera di D.

Esercizio 2.
Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^3 - y^3 + 3xy$$

e si dica quali di tali punti corrispondono a minimi locali e globali.

Esercizio 3. Trovare i punti della curva definita dall'equazione

$$7x^2 + 10xy + 7y^2 = 12$$

di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si stabilisca se il campo vettoriale

$$G(x,y) = (2xy + x^2, x^2 - y^2)$$

è il gradiente di una funzione e, in quel caso, se ne determini un potenziale.

Fondamenti di Analisi II 30 Gennaio 2012 - Versione **C**

Cognome, Nome:

Esercizio 1.
Sia D la regione di $\mathbb{R}^3$ definita da

$$D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq x \leq \sqrt{4 - z^2 - y^2}\}.$$

a) Disegnare D.
b) Calcolare l'integrale triplo

$$\int_D 6x dx dy dz\,.$$

c) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$F(x,y,z) = (x^2 + zy, 2xy + y, 2xz + z)$$

attraverso la frontiera di D.

Esercizio 2.
Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x,y) = x^4 + y^4 + 4xy$$

e si dica quali di tali punti corrispondono a minimi locali e globali.

Esercizio 3. Trovare i punti della curva definita dall'equazione

$$7x^2 - 10xy + 7y^2 = 12$$

di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si stabilisca se il campo vettoriale

$$G(x,y) = (y^2 - x^2, 2xy + y^2)$$

è il gradiente di una funzione e, in quel caso, se ne determini un potenziale.

Fondamenti di Analisi II 30 Gennaio 2012 - Versione **D**

Cognome, Nome:

Esercizio 1.
Sia D la regione di $\mathbb{R}^3$ definita da

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 4, -\sqrt{20 - x^2 - z^2} \leq y \leq 1\}.$$

a) Disegnare D.
b) Calcolare l'integrale triplo

$$\int_D 2y dx dy dz\,.$$

c) Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (xy + zy, zx + y + z^2, zy + xy)$$

attraverso la frontiera di D.

Esercizio 2.
Si determinino i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$$

e si dica quali di tali punti corrispondono a minimi locali e globali.

Esercizio 3. Trovare i punti della curva definita dall'equazione

$$5x^2 - 6xy + 5y^2 = 8$$

di distanza massima e minima dall'origine.

Esercizio 4. Si stabilisca se il campo vettoriale

$$G(x, y) = (y^5 + 6xy, 3x^2 + 5xy^4)$$

è il gradiente di una funzione e, in quel caso, se ne determini un potenziale.
