

Come si analizza un gioco

Parte III – Giochi strategici a somma qualsiasi

Alberto Abbondandolo

Filippo Giuliani Alessandro Montagnani

Università di Pisa

Settimana di orientamento in Matematica 2010

Il dilemma del prigioniero

- Due rapinatori, Alice e Bruno, vengono catturati mentre scappano in direzione opposta e ad alta velocità dalla scena di una rapina.

Il dilemma del prigioniero

- Due rapinatori, Alice e Bruno, vengono catturati mentre scappano in direzione opposta e ad alta velocità dalla scena di una rapina.
 - La refurtiva non viene recuperata e, non avendo prove per incriminarli, il commissario li separa e chiede ad entrambi di confessare ed accusare il complice, alle seguenti condizioni.
-
-

Il dilemma del prigioniero

- Se uno confessa e l'altro no, chi ha parlato sarà graziato, l'altro condannato a *10* anni di prigione.

Il dilemma del prigioniero

- Se uno confessa e l'altro no, chi ha parlato sarà graziato, l'altro condannato a *10* anni di prigione.
- Se entrambi confessano, saranno condannati a *5* anni di prigione.

Il dilemma del prigioniero

- Se uno confessa e l'altro no, chi ha parlato sarà graziato, l'altro condannato a *10* anni di prigione.
 - Se entrambi confessano, saranno condannati a *5* anni di prigione.
 - Se nessuno dei due confessa, verranno incriminati per l'alta velocità e condannati ad *1* anno.
-
-

Il dilemma del prigioniero

- Se uno confessa e l'altro no, chi ha parlato sarà graziato, l'altro condannato a *10* anni di prigione.
- Se entrambi confessano, saranno condannati a *5* anni di prigione.
- Se nessuno dei due confessa, verranno incriminati per l'alta velocità e condannati ad *1* anno.

- | | <i>C</i> | <i>N</i> |
|----------|--------------|--------------|
| <i>C</i> | <i>-5,-5</i> | <i>0,-10</i> |
| <i>N</i> | <i>-10,0</i> | <i>-1,-1</i> |

La battaglia della domenica

- Alice e suo marito Bruno desiderano passare la domenica pomeriggio assieme, ma sono usciti senza mettersi d'accordo su dove andare e non possono comunicare.

La battaglia della domenica

- Alice e suo marito Bruno desiderano passare la domenica pomeriggio assieme, ma sono usciti senza mettersi d'accordo su dove andare e non possono comunicare.
 - Alice vorrebbe andare al cinema, Bruno alla partita. Per entrambi però la cosa più importante è passare il pomeriggio assieme.
-
-

La battaglia della domenica

- Alice e suo marito Bruno desiderano passare la domenica pomeriggio assieme, ma sono usciti senza mettersi d'accordo su dove andare e non possono comunicare.
- Alice vorrebbe andare al cinema, Bruno alla partita. Per entrambi però la cosa più importante è passare il pomeriggio assieme.

- | | C | P |
|---|-----|-----|
| C | 4,3 | 2,2 |
| P | 1,1 | 3,4 |

La corsa del pollo

- Alice e Bruno si sfidano a guidare le loro due automobili verso un precipizio, saltando all'ultimo momento.

La corsa del pollo

- Alice e Bruno si sfidano a guidare le loro due automobili verso un precipizio, saltando all'ultimo momento.
 - Chi salta per primo perde, chi salta per secondo vince. Se saltano entrambi la partita è patta, se non saltano muoiono. Saltare od aspettare?
-
-

La corsa del pollo

- Alice e Bruno si sfidano a guidare le loro due automobili verso un precipizio, saltando all'ultimo momento.
- Chi salta per primo perde, chi salta per secondo vince. Se saltano entrambi la partita è patta, se non saltano muoiono. Saltare od aspettare?

- | | <i>S</i> | <i>A</i> |
|----------|----------|----------|
| <i>S</i> | 3,3 | 2,4 |
| <i>A</i> | 4,2 | 1,1 |

Il Teorema di Nash

- Negli anni cinquanta il matematico americano John Nash ha studiato questo tipo di problemi: i giochi non-cooperativi a somma non zero.

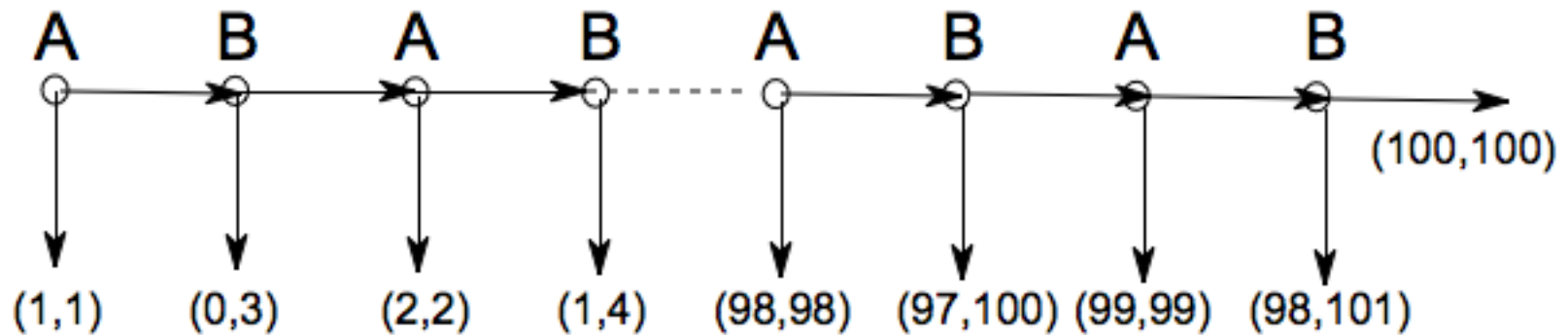
Il Teorema di Nash

- Negli anni cinquanta il matematico americano John Nash ha studiato questo tipo di problemi: i giochi non-cooperativi a somma non zero.
 - Ha dimostrato che esistono sempre *punti di equilibrio*, ossia strategie miste per tutti i giocatori tali che ogni giocatore possa dire: stabilito che gli altri giocatori adottano le loro strategie, la mia strategia massimizza il mio guadagno.
-
-

Il Teorema di Nash

- Negli anni cinquanta il matematico americano John Nash ha studiato questo tipo di problemi: i giochi non-cooperativi a somma non zero.
 - Ha dimostrato che esistono sempre *punti di equilibrio*, ossia strategie miste per tutti i giocatori tali che ogni giocatore possa dire: stabilito che gli altri giocatori adottano le loro strategie, la mia strategia massimizza il mio guadagno.
 - Per i suoi risultati ha ricevuto il premio Nobel per l'Economia nel 1994, insieme agli economisti Harsány e Selten.
-
-

Il gioco del centopiedi



Il poker di Nash

- 3 giocatori. Mazzo con numerose carte **alte** ed un ugual numero di carte **basse**. Una carta ciascuno. Puntata fissa 2€. Prima puntata per giocare.

Il poker di Nash

- 3 giocatori. Mazzo con numerose carte **alte** ed un ugual numero di carte **basse**. Una carta ciascuno. Puntata fissa 2€. Prima puntata per giocare.
- A turno si aspetta che un giocatore **apra**. Se nessuno apre, ognuno riprende i suoi 2€.

Il poker di Nash

- 3 giocatori. Mazzo con numerose carte **alte** ed un ugual numero di carte **basse**. Una carta ciascuno. Puntata fissa 2€. Prima puntata per giocare.
 - A turno si aspetta che un giocatore **apra**. Se nessuno apre, ognuno riprende i suoi 2€.
 - Se uno ha aperto, gli altri, seguendo il giro, hanno l'opportunità di **vedere** o **passare**.
-
-

Il poker di Nash

- 3 giocatori. Mazzo con numerose carte **alte** ed un ugual numero di carte **basse**. Una carta ciascuno. Puntata fissa 2€. Prima puntata per giocare.
 - A turno si aspetta che un giocatore **apra**. Se nessuno apre, ognuno riprende i suoi 2€.
 - Se uno ha aperto, gli altri, seguendo il giro, hanno l'opportunità di **vedere** o **passare**.
 - Si scoprono le carte di chi ha aperto e di chi ha visto. Il piatto si divide tra coloro che hanno la carta più alta.
-
-

L'analisi

| | Prime mosse | Seconde Mosse |
|----------|--|---|
| A | Aprire con carta alta con pr. = a Aprire con carta bassa con pr. = b | Vedere C con carta bassa con pr. = j Vedere B con carta bassa con pr. = k Vedere B e C con carta bassa con pr. = l |
| B | Vedere A con carta bassa con pr. = c Aprire con carta alta con pr. = d Aprire con carta bassa con pr. = e | Vedere C con carta bassa con pr. = m Vedere C e A con carta bassa con pr. = n |
| C | Vedere A e B con carta bassa con pr. = f Aprire con carta bassa con pr. = g Vedere A con carta bassa con pr. = h Vedere B con carta bassa con pr. = i | Non ha mai una seconda mossa. |

L'analisi

| | Prime mosse | Seconde Mosse |
|---|--|--|
| A | Aprire con carta alta con pr. = 0,308 Aprire con carta bassa con pr. = 0 | Vedere C con carta bassa con pr. = 0 Vedere B con carta bassa con pr. = 0 Vedere B e C con carta bassa con pr. = 0 |
| B | Vedere A con carta bassa con pr. = 0 Aprire con carta alta con pr. = 0,826 Aprire con carta bassa con pr. = 0,044 | Vedere C con carta bassa con pr. = 0 Vedere C e A con carta bassa con pr. = 0 |
| C | Vedere A e B con carta bassa con pr. = 0 Aprire con carta bassa con pr. = 0,635 Vedere A con carta bassa con pr. = 0 Vedere B con carta bassa con pr. = 0 | Non ha mai una seconda mossa. |

Conclusioni

- Un solo equilibrio, con valori:

$$V(A) = - 0,147$$

$$V(B) = - 0,096$$

$$V(C) = 0,243$$

Conclusioni

- Un solo equilibrio, con valori:
 $V(A) = - 0,147$
 $V(B) = - 0,096$
 $V(C) = 0,243$
- Se A e B si coalizzano contro C, il valore per C scende a $V(C) = 0,031$.

Conclusioni

- Un solo equilibrio, con valori:
 $V(A) = - 0,147$
 $V(B) = - 0,096$
 $V(C) = 0,243$
 - Se A e B si coalizzano contro C, il valore per C scende a $V(C) = 0,031$.
 - Se B e C si coalizzano contro A, il valore per A scende a $V(A) = - 0,167$.
-
-

Conclusioni

- Un solo equilibrio, con valori:
 $V(A) = - 0,147$
 $V(B) = - 0,096$
 $V(C) = 0,243$
 - Se A e B si coalizzano contro C, il valore per C scende a $V(C) = 0,031$.
 - Se B e C si coalizzano contro A, il valore per A scende a $V(A) = - 0,167$.
 - Se A e C si coalizzano contro B, il valore per B scende a $V(B) = - 0,114$.
-
-

Per saperne di più

- John Nash, “Giochi non cooperativi”, Zanichelli 2004.
 - László Mérő, “Calcoli morali”, Edizioni Dedalo 2000.
 - Thomas S. Ferguson, “Game theory”,
http://www.math.ucla.edu/~tom/Game_Theory/Contents.html
-
-