

# Analisi Matematica III - Secondo Appello

## 29 Gennaio 2007

**Esercizio 1.** Tra tutti i parallelepipedi con gli spigoli paralleli agli assi ed inscritti nell'ellissoide di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

determinare quello di volume massimo.

**Esercizio 2.** Si consideri la curva algebrica, detta "strofoide destra", definita dall'equazione

$$y^2 + xy^2 - x^2 + x^3 = 0.$$

- Tracciare tale curva nel piano, studiando eventuali punti singolari.
- Calcolare l'area della porzione di piano limitata che tale curva racchiude.
- Stabilire se la superficie di rivoluzione ottenuta facendo ruotare la curva attorno alla retta  $x = -1$  ha area finita.

**Esercizio 3.** Si consideri il campo vettoriale  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$F(x, y) = \left( axy + b \frac{y}{x^2 + y^2}, x^2 - b^2 \frac{x}{x^2 + y^2} \right),$$

con  $a$  e  $b$  parametri reali.

- Stabilire per quali valori dei parametri  $a, b$  esiste una funzione differenziabile  $f$  tale che  $\nabla f = F$  su  $]0, +\infty[ \times \mathbb{R}$ . Per tali valori determinare una siffatta  $f$ .
- Stabilire per quali valori dei parametri  $a, b$  esiste una funzione differenziabile  $f$  tale che  $\nabla f = F$  su  $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ . Per tali valori determinare una siffatta  $f$ .

# Analisi Matematica II - Quinto Appello

## 29 Gennaio 2007

**Esercizio 1.** Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} dx.$$

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione

$$f(x) = x \cos(x^3).$$

- Stabilire se  $f$  è integrabile in senso improprio su  $[0, +\infty[$ .
- Stabilire se  $f$  è assolutamente integrabile su  $[0, +\infty[$ .

**Esercizio 3.** Si consideri l'equazione differenziale

$$\frac{d^4 y}{dt^4}(t) + \frac{d^2 y}{dt^2}(t) = \cosh t.$$

- Determinare tutte le soluzioni.
- Determinare, se esistono, tutte le soluzioni limitate.
- Determinare, se esistono, tutte le soluzioni  $y$  tali che  $y(0) = y'(0) = 0$ .