

Operatori Differenziali

Secondo Compito - 30 Giugno 2008

Esercizio 1. Si consideri l'operatore T su $L^2(0,1)$ definito da

$$Tu(x) = \int_0^x \left(\int_t^1 u(s) ds \right) dt.$$

Determinare il nucleo, l'immagine e lo spettro di T , nonché l'inversa di $T - \lambda I$, per λ numero complesso non appartenente allo spettro di T .

Esercizio 2. Determinare tutte le soluzioni fondamentali $E \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ degli operatori d/dx , $d/dx - \lambda$, $(d/dx)^2 - \lambda^2$, per $\lambda \in \mathbb{C}$.

Esercizio 3. Determinare la derivata distribuzionale terza della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x^2 - 1|$. Calcolare la trasformata di Fourier di f .