CORSO: **Analisi Matematica I**
DOCENTE: **Giovanni Alberti**
CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Gestionale, primo livello (IGE-L)**
COLLOCAZIONE: **primo semestre del primo anno**
CODICE ESAME: **004AA**
NUMERO DI CREDITI: **12**
NUMERO DI ORE: **120**
ANNO ACCADEMICO: **2016-17**

Obiettivi formativi. Alla fine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa del calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una variabile e delle equazioni differenziali lineari.

Programma del corso [versione: 18 dicembre 2016]. Sono riportati in corsivo gli argomenti non fondamentali.

1. FUNZIONI E GRAFICI

   1.1 Funzioni: dominio, codominio, immagine, grafico; funzione inversa; funzioni pari e dispari, crescenti e decrescenti.
   1.2 Funzioni elementari: funzioni lineari, potenze, esponenziali, logaritmo (in base e), funzioni trigonometriche (seno, coseno, tangente) e funzioni trigonometriche inverse.
   1.3 Operazioni sui grafici di funzioni. Interpretazione di equazioni e disequazioni in termini di grafici di funzioni.
   1.4 Richiamo delle nozioni di base di trigonometria. Coordinate polari di un punto nel piano.

2. LIMITI DI FUNZIONI E CONTINUITÀ

   2.1 Limiti di funzioni, proprietà elementari, forme indeterminate.
   2.2 Funzioni continue. Esistenza del minimo e del massimo di una funzione continua su un intervallo chiuso (teorema di Weierstrass), senza dimostrazione.

3. DERIVATE

   3.1 Derivata di una funzione: definizione e significato geometrico. Altre interpretazioni della derivata.
   3.2 Derivate delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle derivate.
   3.3 Segno della derivata e monotonia. Segno della derivata seconda e convessità. Individuazione dei punti di massimo e di minimo (locali) di una funzione. Uso delle derivate per disegnare il grafico di una funzione.
   3.4 Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy. Dimostrazione rigorosa (non grafica) della relazione tra monotonia e segno della derivata.
   3.5 Teorema di de l'Hôpital (dimostrazione parziale). Confronto tra i comportamenti asintotici di esponenziali, potenze e logaritmi all'infinito e in zero.
   3.6 Funzioni asintoticamente equivalenti (vicino ad un punto assegnato). Trascurabilità di una funzione rispetto ad un altra. Notazione di Landau ("o piccolo" e "o grande"). Parte principale di una funzione all'infinito e in zero.
   3.7 Sviluppo di Taylor (in zero) di una funzione, espressione del resto come "o grande" e nella forma di Lagrange (con dimostrazione). Sviluppi di Taylor di alcune funzioni fondamentali. Formula del binomio di Newton. Uso degli sviluppi di Taylor per il calcolo dei limiti e delle parti principali.

4. ELEMENTI DI ANALISI ASTRATTA

   4.1 *Numeri interi, razionali e reali (definiti come i numeri con espansioni decimali finite o infinite). Definizione di estremo superiore ed inferiore di un insieme qualunque di numeri reali. Completezza dei numeri reali.*
   4.2 Teorema di esistenza degli zeri (dimostrazione solo accennata). Algoritmo di bisezione per la determinazione dello zero di una funzione.

5. Integrali

  5.1 Definizione di integrale definito di una funzione in termini di area del sottografico. Approssimazione dell'integrale tramite somme finite. Interpretazioni fisica dell'integrale: distanza percorsa da un punto in movimento (a velocità non costante) e lavoro di una forza (non costante) su un punto in movimento.
  5.2 Primitiva di una funzione e teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione).
  5.3 Regole per il calcolo delle primitive (integrali indefiniti) e degli integrali definiti.
  5.4 Calcolo delle aree delle figure piane. Calcolo dei volumi delle figure solide, e in particolare dei solidi di rotazione.
  5.5 Legge oraria di un punto in movimento nel piano o nello spazio, velocità ed accelerazione come derivate, distanza percorsa come integrale del modulo della velocità.

6. Integrali impropri

  6.1 Integrali impropri semplici: definizione e possibili comportamenti.
  6.2 Criterio del confronto e del confronto asintotico (per funzioni positive); criterio della convergenza assoluta (per funzioni a segno variabile).
  6.3 Integrali impropri non semplici.

7. Serie numeriche e serie di potenze

  7.1 Successioni e limiti di successioni. Collegamento con i limiti di funzioni.
  7.2 Serie numeriche: definizione e possibili comportamenti. Esempio fondamentale: la serie geometrica.
  7.3 Criteri del confronto con l'integrale; serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza per le serie: del confronto, del confronto asintotico, della convergenza assoluta, della radice e del rapporto.
  7.4 Serie di potenze, e raggio di convergenza. Serie di Taylor. Calcolo del raggio di convergenza per le serie di Taylor di alcune funzioni elementari. Coincidenza della serie di Taylor con la funzione per alcune funzioni elementari. *Espressione dei numeri e e π come serie. Giustificazione della formula* $e^{ix} = \cos x + i \sin x$.

8. Equazioni differenziali

  8.1 Esempi di equazioni differenziali tratti dalla meccanica; significato delle condizioni iniziali.
  8.2 Equazioni differenziali del primo ordine: definizione e fatti generali. Risoluzione delle equazioni lineari e delle equazioni a variabili separabili.
  8.3 Equazioni differenziali del secondo ordine: definizione e fatti generali. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee e non omogenee. Risoluzione delle equazioni a coefficienti costanti omogenee, e ricerca della soluzione particolare per quelle non omogenee (per certe classi di termini noti). *Equazione del pendolo e dell'oscillatore armonico.*

Prerequisiti. Una solida conoscenza delle parti *essenziali* del programma di matematica comune alla maggior parte delle scuole superiori. All'inizio del corso è previsto un veloce ripasso di alcuni argomenti fondamentali (grafici di funzioni, nozioni elementari di trigonometria, etc.).

Mailing list e pagina web del corso. Le comunicazioni riguardanti corso ed esami vengono inviate per posta elettronica a chi si è iscritto alla mailing list del corso, e pubblicizzate sulla pagina web del docente: `http://www.dm.unipi.it/~alberti/`. Su tale pagina sono disponibili i testi e le soluzioni delle varie prove d'esame dei corsi degli anni precedenti.

Appelli ed esami. L'esame è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta consta di una prima parte con otto domande elementari a cui rispondere in un'ora senza giustificare le risposte (per la sufficienza sono richieste solitamente cinque risposte corrette), ed una seconda con tre problemi a cui dare una soluzione articolata e motivata in dettaglio, avendo a disposizione circa due ore (per la sufficienza è richiesto lo svolgimento completo di almeno un problema). Durante la prova scritta non è consentito l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici grafiche.

La prova orale ha lo scopo di verificare le conoscenza della parte teorica del corso oltre che la capacità di risolvere esercizi (qualora questa non sia stata sufficientemente dimostrata nella prova scritta) e consiste quindi sia di domande teoriche che di esercizi elementari. Per l'ammissione alla prova orale è richiesta la sufficienza in entrambe le parti dello scritto; la prova orale va sostenuta nello stesso appello della prova scritta.
Durante il corso verranno svolte due prove in itinere (compitini) che sostituiscono la prova scritta.
In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra gennaio, febbraio, giugno, luglio e settembre; ogni studente può tentare di dare l'esame al più quattro volte nei sette appelli a disposizione (un appello si considera tentato se viene consegnata la prima parte dello scritto).
Gli studenti interessati a sostenere la prova scritto di un dato appello sono tenuti a iscriversi utilizzando l'apposito servizio online; per la prova orale non è necessaria alcuna iscrizione.

Testi di riferimento. Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda quindi di frequentare le lezioni. Gli argomenti svolti nel corso sono comunque presentati, a diversi livelli di approfondimento, in tutti i libri di testo universitari per i corsi di base Analisi Matematica; tra questi si segnalano i seguenti:

- Emilio Acerbi, Giuseppe Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 1: funzioni di una variabile* (Pitagora, Bologna, 2003).
- Alessandro Faedo, Luciano Modica: *Analisi I. Lezioni* (Unicopli, Milano, 1992);
- Marina Ghisi, Massimo Gobbino: *Schede di analisi matematica* (Esculapio, Bologna, 2010). Quest'ultimo è un buon compendio delle nozioni fondamentali, ma non sostituisce completamente un libro di testo per quanto riguarda la parte teorica del corso.