CORSO: **Teoria Geometrica della Misura**
DOCENTE: **Giovanni Alberti**
CORSO DI STUDIO: **Matematica, secondo livello (WMA-LM)**
CODICE ESAME: **225AA**
NUMERO DI CREDITI: **6**
DURATA PREVISTA: **42 ore**
ANNO ACCADEMICO: **2016-17**
COLLOCAZIONE: **secondo semestre**

Introduzione. Lo scopo del corso è di dare una panoramica dei problemi chiave e dei risultati principali della Teoria Geometrica della Misura, edi presentare in dettaglio alcuni i concetti le tecniche di base, con particolare attenzione alla teoria degli insiemi rettificabili e alla teoria degli insiemi di perimetro finito.

Programma del corso [versione: 3 giugno 2017].

1. Richiamo delle nozioni fondamentali di teoria della misura: convergenza debole, teorema di Radon-Nikodým, misure esterne, costruzione di Caratheodory. Teoremi di ricoprimento di Vitali e Besicovich.
2. Misura e dimensione di Hausdorff, e loro proprietà fondamentali. Struttura delle misure con densità d-dimensionale finita e positiva. Frattali autosimili nel senso di Hutchinson.
3. Funzioni e mappe Lipschitziane. Insiemi rettificabili. Spazio tangente approssimato ad un insieme rettificabile (nello spazio Euclideo). Criteri di rettificabilità. Formula di area e coarea.
4. Struttura dei connessi di lunghezza finita e teorema di semicontinuità di Gołąb.
5. Funzioni a variazione limitata in più variabili (BV), e proprietà di base come spazio di funzioni: teoremi di estensione ed approssimazione, compattezza debole, operatore di traccia. Insiemi di perimetro finito, e teorema di compattezza. Applicazioni: teoremi di esistenza per il problema di Plateau (in codimensione uno) e per problemi di capillarità.
6. Frontiera essenziale, frontiera ridotta e teorema di struttura degli insiemi di perimetro finito. Regolarità di base per gli insiemi di perimetro localmente minimo. Esempio di insieme di perimetro localmente minimo singolare: il cono di Simons.

Prerequisiti. Si richiede una solida conoscenza dei concetti di base dell'analisi funzionale (dualitĹ, topologia debole*, teorema di Riesz) e della teoria dell'integrazione (rispetto ad una misura qualunque), e una discreta familiarità con il concetto di derivata debole e con gli aspetti funzional degli spazi di Sobolev (ma non serve una conoscenza approfondita della teoria delle distribuzioni).

Testi di riferimento.

- K. Falconer: *The geometry of fractal sets.* Cambridge University Press, 1985.
- P. Mattila: *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces.* Cambridge University Press, 1995.
- L. Ambrosio, N. Fusco, D. Pallara: *Functions of bounded variation and free discontinuity problems.* Oxford University Press, 2000.
- S.G. Krantz, H.R. Parks: *Geometric Integration Theory.* Cornerstones. Birkhäuser, Boston 2008.

Modalità d'esame. L'esame consiste di due parti: un seminario su un argomento concordato con il docente, seguito da un orale sugli argomenti fondamentali del corso. Le date degli esami verranno concordate individualmente con ciascuno studente.