

CORSO: **Analisi Matematica**

ANNO ACCADEMICO: **2022-23**

DOCENTI: **Jacopo Bellazzini, Giovanni Alberti**

NUMERO DI ORE: **90**

CODICE ESAME: **787AA**

NUMERO DI CREDITI: **15**

CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Gestionale triennale (IGE-L)**

Obiettivi formativi. Al termine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa del calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una o più variabili, e delle equazioni differenziali lineari del primo e secondo ordine.

Programma del primo modulo – Analisi 1 [versione: 20 dicembre 2022].

1. FUNZIONI E GRAFICI

- Richiamo delle nozioni di base di trigonometria. Coordinate polari di un punto nel piano.
- Funzioni elementari: funzioni lineari, potenze, esponenziali, logaritmo (in base e), funzioni trigonometriche (seno, coseno, tangente), funzioni trigonometriche inverse.
- Funzioni: dominio, codominio, immagine, grafico; funzione inversa; funzioni pari e dispari.
- Operazioni sui grafici di funzioni. Risoluzione “grafica” di equazioni e disequazioni.

2. LIMITI DI FUNZIONI E CONTINUITÀ

- Limiti di funzioni; calcolo dei limiti elementari; forme indeterminate.
- Funzioni continue.

3. DERIVATE

- Derivata di una funzione. Significato geometrico come pendenza della retta tangente al grafico. Altre applicazioni del concetto di derivata: velocità (scalare e vettoriale) e accelerazione di un punto in movimento.
- Derivate delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle derivate.
- Funzioni asintoticamente equivalenti; trascurabilità di una funzione rispetto ad un'altra; notazione di Landau (“o piccolo” e “o grande”). Parte principale di una funzione all'infinito e in zero. Principio di sostituzione nel calcolo dei limiti e delle parti principali.
- Teorema di de l'Hôpital (senza dimostrazione). Confronto tra esponenziali, potenze e logaritmi all'infinito e in zero.
- Valore massimo e minimo di una funzione; punti di massimo e di minimo (assoluti e locali); estremo superiore ed inferiore dei valori di una funzione. Individuazione dei valori e dei punti di massimo e di minimo di una funzione definita su un'unione finita di intervalli (aperti o chiusi, limitati e non).
- Sviluppo di Taylor (in zero) di una funzione e Teorema di Taylor (con dimostrazione parziale). Sviluppi di Taylor di alcune funzioni fondamentali. Formula del binomio di Newton. Uso degli sviluppi di Taylor per il calcolo dei limiti e delle parti principali.
- Teoremi di Rolle, Lagrange e Cauchy; dimostrazione (parziale) del teorema di de L'Hôpital; dimostrazione della formula di Lagrange nel teorema di Taylor.
- Funzioni crescenti e decrescenti; caratterizzazione in termini di segno della derivata. Funzioni convesse e concave; caratterizzazioni in termini di segno della derivata seconda. Applicazioni al disegno del grafico di una funzione.

4. INTEGRALI

- Definizione di integrale (definito) di una funzione su un intervallo in termini di area. Primitiva di una funzione e teorema fondamentale del calcolo integrale.
- Calcolo delle primitive (integrali indefiniti) e degli integrali. Integrali delle funzioni razionali.

5. EQUAZIONI DIFFERENZIALI

- Equazioni differenziali del primo ordine: definizione e fatti generali. Risoluzione delle equazioni lineari e delle equazioni a variabili separabili.

- Equazioni differenziali del secondo ordine: definizione e fatti generali. Equazioni lineari del secondo ordine: struttura delle soluzioni, risoluzione nel caso omogeneo e a coefficienti costanti, ricerca della soluzione particolare per alcune classi di termini noti.

Programma (essenziale) del secondo modulo – Analisi 2.

1. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÙ VARIABILI
 - Distanza e prodotto scalare in \mathbb{R}^d . Limiti e continuità per funzioni di più variabili.
 - Derivate parziali; derivate direzionali, gradiente. Funzioni differenziabili e Teorema del differenziale totale.
 - Derivate di ordine superiore, Teorema di Schwarz. forme quadratiche (semi-) definite positive/negative. Matrice Hessiana. Condizione sufficiente e condizione necessaria per essere un punto di massimo o minimo locale.
2. INTEGRALI IN PIÙ VARIABILI
 - Integrazione (secondo Riemann) di funzioni in più variabili; Teorema di Fubini.
 - Volume dei solidi di rotazione.
 - Formula di cambio di variabile; calcolo degli integrali in coordinate polari e sferiche.
3. INTEGRAZIONE SU CURVE E SUPERFICI
 - Curve: definizione ed esempi. Retta e versore tangente ad una curva in un punto.
 - Superfici: definizione ed esempi. Area di una superficie. Superfici di rotazione.
 - Campi di vettori nel piano e nello spazio: divergenza e rotore. Lavoro di un campo di vettori lungo una curva. Campi irrotazionali e campi conservativi.
 - Teorema di Gauss-Green, teorema della divergenza (nel piano e nello spazio).

Prerequisiti. Per il primo modulo del corso è richiesta una solida conoscenza delle parti *essenziali* del programma di matematica comune alla maggior parte delle scuole superiori. All'inizio del corso è previsto un veloce ripasso di alcuni argomenti fondamentali (grafici di funzioni, nozioni elementari di trigonometria, etc.).

Testi di riferimento. Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda quindi di frequentare le lezioni. Gli argomenti svolti nel corso sono comunque presentati, a diversi livelli di approfondimento, in tutti i libri di testo universitari per i corsi di base Analisi Matematica. Tra i vari testi in circolazione si segnalano:

- E. Acerbi, G. Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 1*. Pitagora, Bologna.
- E. Acerbi, G. Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 2*. Pitagora, Bologna.
- M. Bertsch, R. Dal Passo, L. Giacomelli: *Analisi matematica*. McGraw-Hill, Milano.
- E. Giusti: *Analisi Matematica 2*. Bollati Boringhieri, Torino.
- M. Ghisi, M. Gobbino: *Schede di analisi matematica* (Esculapio, Bologna, 2010).
Quest'ultimo è un buon compendio delle nozioni fondamentali di Analisi 1, ma non sostituisce completamente un libro di testo per quanto riguarda la parte teorica del corso.

Comunicazioni e materiale didattico. Per tutte le comunicazioni riguardanti il corso viene utilizzato un team sulla piattaforma MS Teams dell'Università di Pisa ([link al team](#)). Il team viene anche usato per mettere a disposizione il materiale didattico del corso, i testi e gli scritti d'esame, e per i ricevimenti online.

Struttura dell'esame. L'esame del corso è diviso in due parti indipendenti, una per ogni modulo. Il voto finale è dato dalla media dei voti dei due esami.

Avvertenza importante!

Sul portale esami l'iscrizione agli esami del primo modulo è diversa da quelli del secondo modulo.

Struttura dell'esame del primo modulo. L'esame del primo modulo è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta è a sua volta suddivisa in due parti: la prima consiste di 8 domande elementari a cui rispondere senza dare giustificazioni, mentre la seconda consiste di 3 esercizi a cui dare risposte articolata e motivata in dettaglio.

Il tempo a disposizione per la prima parte è un'ora, per la seconda due ore.

Per ottenere la sufficienza nella prima parte sono richieste di solito 5 risposte corrette, per la seconda è richiesta la soluzione completa di almeno un esercizio.

Per l'ammissione alla seconda parte è richiesta la sufficienza nella prima.

Durante lo scritto non è consentito l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici grafiche.

La prova orale serve a verificare la conoscenza della parte teorica del corso e la capacità di risolvere esercizi, e consiste quindi sia di domande teoriche che di esercizi elementari.

Per l'ammissione all'orale è richiesta la sufficienza nella seconda parte dello scritto.

L'orale va sostenuto nello stesso appello dello scritto.

Il voto delle prove scritte varia tra *non sufficiente* (NS), *quasi sufficiente* (QS), *sufficiente* (S), *discreto* (D), *buono* (B), *molto buono* (MB).

Di solito il voto finale viene stabilito durante l'orale all'interno della fascia di voti determinata dal risultato dello scritto: QS → 18–21, S → 18–24, D → 20–27, B → 23–30, MB → 26–30 e lode.

Appelli del primo modulo. In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra gennaio, febbraio, giugno, luglio e settembre; ogni studente può tentare di dare l'esame al più quattro volte nei sette appelli a disposizione (un appello si considera tentato se viene consegnata la prima parte dello scritto).

Sono inoltre previste due prove in itinere (compitini), una a metà corso e una all'inizio di gennaio, che sostituiscono la prova scritta; chi è ammesso all'orale con i compitini può scegliere in quale dei primi tre appelli fare l'orale.

Gli studenti interessati a sostenere l'esame del primo modulo in un dato appello sono tenuti ad iscriversi alla prova scritta sul portale esami ([link](#)). Per l'orale non è necessaria alcuna iscrizione.

Struttura dell'esame del secondo modulo. L'esame del secondo modulo è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta consiste di 5 esercizi a cui dare risposte articolata e motivata in dettaglio. La somma dei punti degli esercizi è pari a 30. Il tempo a disposizione è due ore.

Durante lo scritto è consentito l'uso di un formulario.

La prova orale serve a verificare la conoscenza della parte teorica del corso e la capacità di risolvere esercizi.

Per l'ammissione all'orale è richiesto aver ottenuto almeno 16 punti nello scritto.

L'orale va sostenuto nello stesso appello dello scritto.

Appelli del secondo modulo. In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame distribuiti tra giugno, luglio, settembre, e poi gennaio e febbraio dell'anno successivo.

Gli studenti interessati a sostenere l'esame del secondo modulo in un dato appello sono tenuti ad iscriversi alla prova scritta sul portale esami ([link](#)). Per l'orale non è necessaria alcuna iscrizione.

Esami dei corsi del vecchio ordinamento (istruzioni aggiornate). Il vecchio ordinamento della laurea in Ingegneria Gestionale prevedeva i corsi di Analisi Matematica I (codice 158AA, 12 cfu) e di Analisi Matematica II (codice 159AA, 6 cfu).

Nel nuovo ordinamento della laurea in Ingegneria Gestionale, attivo a partire dall'anno accademico in corso (2022-23), questi due corsi sono sostituiti dal corso di Analisi Matematica (codice 787AA, 15 cfu). In particolare il *primo modulo* di questo corso corrisponde ad una versione ridotta di Analisi Matematica I, mentre il *secondo modulo* corrisponde esattamente ad Analisi Matematica II.

A partire dalla sessione estiva non verranno aperti ulteriori appelli di Analisi Matematica I. Gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare questo esame devono iscriversi agli appelli del *primo modulo* del corso di Analisi Matematica.

Poiché i programmi dei due corsi non sono uguali, alcuni degli esercizi dello scritto sono riservati agli studenti del vecchio ordinamento e altri agli studenti del nuovo.

A partire dalla sessione estiva non verranno aperti ulteriori appelli di Analisi Matematica II. Gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare questo esame devono iscriversi agli appelli del *secondo modulo* del corso di Analisi Matematica.

In questo caso i programmi dei due corsi coincidono, e quindi gli scritti sono gli stessi per gli studenti del vecchio e del nuovo ordinamento.

Riassumendo: gli studenti del vecchio ordinamento che devono ancora fare Analisi Matematica I devono iscriversi agli appelli del *primo modulo* di Analisi Matematica (codice 787AA).

Gli studenti che devono fare Analisi Matematica II devono iscriversi agli appelli del *secondo modulo* di Analisi Matematica (codice 787AA).

Attenzione: le iscrizioni agli appelli del primo modulo sono separate da quelle del secondo modulo. Iscrivetevi all'appello giusto!