

**Elementi di Teoria degli insiemi**  
**Appello 3**  
**Prova scritta del 9 Luglio 2010**

Ricordiamo la gerarchia di von Neumann:

$$V_0 = \emptyset$$

$$V_{\alpha+1} = P(V_\alpha)$$

$$V_\lambda = \bigcup_{\alpha < \lambda} V_\alpha \text{ per } \lambda \text{ ordinale limite.}$$

In base all'assioma di fondazione sappiamo che ogni insieme  $x$  appartiene a qualche  $V_\alpha$ .

**Esercizio 1.** Trovare il minimo ordinale  $\beta$ , se esiste, tale che ogni insieme  $x$  finito e transitivo appartiene a  $V_\beta$ .

**Esercizio 2.** Trovare il minimo ordinale  $\gamma$ , se esiste, tale che ogni insieme  $x$  numerabile e transitivo appartiene a  $V_\gamma$ .