

**Elementi di Teoria degli insiemi**  
**a.a. 2010-11**  
**Compito del 1 Luglio 2011**

Non si possono usare appunti o libri

**Esercizio 1.** Determinare, dato  $n \in \omega$ , quali sono gli ordinali  $\alpha$  tali che  $\omega^n + \alpha = \alpha + \omega^n$ .

**Esercizio 2.** Determinare, dato  $n \in \omega$ , quali sono gli ordinali  $\alpha$  tali che  $\omega^n \cdot \alpha = \alpha \cdot \omega^n$ .

Per i seguenti esercizi si assuma l'assioma di fondazione.

**Esercizio 3.** Dato un insieme  $x$  sia  $s(x) = x \cup \{x\}$ . Stabilire se, per ogni  $x, y$ ,  $s(x) = s(y)$  implica  $x = y$ .

**Esercizio 4.** Sia  $s(x) = x \cup \{x\}$ . Definiamo induttivamente  $s^0(x) = x$  e  $s^{n+1}(x) = s(s^n(x))$ . Stabilire se esistono  $0 < n \in \omega$  e un insieme  $x$ , tali che  $s^n(x) = x$ .