Compito di MD
A.A. 2013/14 – 4 Settembre 2014

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: ....

Corso e Aula: ....

<u>IMPORTANTE:</u> Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare. Non si può scrivere con il lapis.

Esercizio 1. Trovare tutte le soluzioni della congruenza $x^{15} \equiv 8 \bmod 15$.

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: ....

Corso e Aula: ....

Esercizio 2. Consideriamo matrici 2×2 composte da numeri interi compresi tra 0 e 9 (estremi inclusi).

1. Quante sono le matrici con almeno due numeri uguali?
2. Quante sono le matrici con esattamente due numeri uguali?
3. Quante sono le matrici in cui in ciascuna riga e in ciascuna colonna non vi siano due numeri uguali?

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: ....

Corso e Aula: ....

Esercizio 3. Consideriamo il seguente sistema nelle variabili (x, y, z):

$$\begin{cases} (k+2)x + 2ky - z & = & 1 \\ x - 2y + kz & = & -k \\ y + z & = & k \end{cases}$$

a) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ tale sistema ammette una unica soluzione?
b) Ci sono valori di $k \in \mathbb{R}$ per cui il sistema ammette infinite soluzioni ? Se ci sono calcolare, per tali k, tutte le soluzioni.

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: ....

Corso e Aula: ....

Esercizio 4. Sia $f: \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare e sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

la matrice associata ad f rispetto alla base canonica.
a) Dire se il vettore $(1, 2, 3)$ appartiene o no a $\mathrm{Im} f$.
b) Consideriamo i vettori $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}; v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Dimostrare che $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$.

c) Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare f rispetto alla base $\mathcal{B}$ sia in partenza che in arrivo.