

Informatica – Matematica Discreta
A.A. 2008/09 - Primo appello, 1 Giugno 2009

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Trovare tutte le soluzioni del sistema di congruenze

$$\begin{cases} 8x \equiv 23 & (17) \\ 7x \equiv 12 & (24) \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $\mathbb{N}_k = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq k\}$. Per ciascuna delle condizioni sotto elencate, stabilire quante sono le funzioni $f: \mathbb{N}_{2n} \rightarrow \mathbb{N}_4$ che verificano la condizione.

1. nessuna restrizione;
2. $(\exists x \in \mathbb{N}_{2n} : f(x) = 1) \wedge (\exists y \in \mathbb{N}_{2n} : f(y) = 4)$;
3. $(\exists x \in \mathbb{N}_{2n} : f(x) = 1) \vee (\exists y \in \mathbb{N}_{2n} : f(y) = 4)$;
4. Le controimmagini di 1 sono tante quante quelle di 2, e le controimmagini di 3 sono tante quante quelle di 4.

Esercizio 3. Sia $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $T^3 = 0, T^2 \neq 0$. Dimostrare che:

- $\text{Ker}(T) \subset \text{Ker}(T^2) \subset \text{Ker}(T^3) = \mathbb{R}^3$.
- $\text{Ker}(T) \neq \text{Ker}(T^2)$ e $\text{Ker}(T^2) \neq \text{Ker}(T^3)$
- T non è diagonalizzabile

Esercizio 4. Si consideri la matrice A_x , dove x è una variabile:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 & 16 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & -8 & 16 \\ 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \end{pmatrix}.$$

1. Calcolare il determinante di A_x
2. Per quali valori della variabile x la matrice A_x non è invertibile?