Informatica – Matematica Discreta
A.A. 2008/09 - Terzo appello, 13 Luglio 2009

COGNOME: NOME:

NUMERO DI MATRICOLA: CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Si consideri la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = xy + 1$.

1. Stabilire se f è iniettiva, surgettiva, biunivoca.
2. Trovare, se esiste, una funzione $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ tale che $f(g(u)) = u$ per ogni $u \in \mathbb{R}$, oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.
3. Trovare, se esiste, una funzione $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ tale che $h(f(u)) = u$ per ogni $u \in \mathbb{R}$, oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.

Esercizio 2. Sia $\mathbb{N}_{10} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 10\}$. Per ciascuna delle condizioni sotto elencate, stabilire quante sono le coppie di insiemi (A, B) tali che $A \subset \mathbb{N}_{10}, B \subset \mathbb{N}_{10}$ e valga la condizione:

1. Nessuna restrizione;
2. $A \neq B$;
3. A, B sono disgiunti;
4. $A \cap B$ ha 3 elementi;
5. $A \subset B$.

Esercizio 3. Al variare del parametro t si condideri la matrice

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & t+1 \end{bmatrix}$$

1. Stabilire per quali $t \in \mathbb{R}$ la matrice A_t è invertibile.
2. Stabilire per quali $t \in \mathbb{R}$ la matrice A_t è diagonalizzabile.
3. Per $t = 1$ trovare, se esiste, una base di autovettori di A_t.

Esercizio 4. Si consideri al variare del parametro $k \in \mathbb{Q}$ il polinomio

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + (1-k)x^2 + 3x - k.$$

Si determini il massimo comun divisore tra $f(x)$ e il polinomio

$$g(x) = x^2 + 3x - 1$$

al variare di $k \in \mathbb{Q}$.

Informatica – LMM
A.A. 2008/09 - Quinto appello, 13 Luglio 2009

COGNOME:	NOME:
NUMERO DI MATRICOLA:	CORSO:

- hai a disposizione 3 ore; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio "esercizio n non svolto".

Esercizio 1. Si consideri la funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = xy + 1$.

1. Stabilire se f è iniettiva, surgettiva, biunivoca.
2. Trovare, se esiste, una funzione $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ tale che $f(g(u)) = u$ per ogni $u \in \mathbb{R}$, oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.
3. Trovare, se esiste, una funzione $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ tale che $h(f(u)) = u$ per ogni $u \in \mathbb{R}$, oppure dimostrare che una tale funzione non esiste.

Esercizio 2. Sia $\mathbb{N}_{10} = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 10\}$. Per ciascuna delle condizioni sotto elencate, stabilire quante sono le coppie di insiemi (A, B) tali che $A \subset \mathbb{N}_{10}, B \subset \mathbb{N}_{10}$ e valga la condizione:

1. Nessuna restrizione;
2. $A \neq B$;
3. A, B sono disgiunti;
4. $A \cap B$ ha 3 elementi;
5. $A \subset B$.

Esercizio 3. Trovare due interi b e c tali che la congruenza

$$3x \equiv b \quad (c) \tag{1}$$

ammetta esattamente tre soluzioni comprese nell'intervallo $[-14, 20]$.