

# GEOMETRIA 29/6/2020

Avete a disposizione massimo 30 minuti. Nella sezione 1 ci sono 8 quiz a scelta multipla (punteggio 3 punti per ogni risposta corretta, -1,5 punti per ogni risposta sbagliata). Nella sezione 2 ci sono 2 domande con risposta libera (punteggio fino a 4 punti per ogni domanda). Buon lavoro!

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**mauro.di.nasso@unipi.it**) è stato registrato all'invio del modulo.

Sia  $\lambda$  un autovalore della matrice  $A$  e sia  $\mu$  un autovalore della quadrata  $B$ , dove  $A$  e  $B$  hanno le stesse dimensioni. Quale delle seguenti è vera?

- $(2 \times \lambda)$  è un autovalore della matrice  $A+A$
- $\lambda$  è un autovettore della matrice  $A+A$
- $(2 \times \lambda)$  è un autovalore della matrice  $A$
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia  $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$  un'applicazione lineare. Quale delle seguenti è vera?

- $f$  è necessariamente suriettiva
- $f$  è necessariamente non suriettiva
- Il nucleo di  $f$  ha dimensione almeno 2
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Si consideri la seguente matrice  $A$  di dimensioni  $2 \times 2$ : prima riga:  $4, +2$  ; seconda riga:  $-3, -3$ . Quale delle seguenti proprietà è vera? [N.B. Non è necessario calcolare gli autovalori]

- $(1,3)$  è un autovettore di  $A$
- $(-2,-1)$  è un autovettore di  $A$
- $(2,-1)$  è un autovettore di  $A$
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Un sistema lineare non omogeneo in 4 equazioni e 3 incognite

- Potrebbe avere soluzioni o potrebbe non avere soluzioni, a seconda della scelta dei termini noti
- Ha infinite soluzioni, per ogni scelta dei termini noti
- Non ha soluzioni, per ogni scelta dei termini noti
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Siano  $A$  e  $B$  matrici quadrate con la stessa dimensione. Denotiamo rispettivamente con  $A^t$  e  $B^t$  la trasposta di  $A$  e la trasposta di  $B$ . Quale delle seguenti proprietà è vera?

- Il prodotto  $(A \times B \times A^t \times B^t)$  è una matrice simmetrica
- Il prodotto  $(A \times B \times B^t \times A^t)$  è una matrice simmetrica
- Il prodotto  $(A^t \times B^t)$  è una matrice simmetrica
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia  $z$  un numero complesso. Quale delle seguenti proprietà è vera?

- La somma di  $z$  e del suo coniugato è uguale alla parte reale di  $z$
- La somma di  $z$  e del suo coniugato è uguale alla parte immaginaria di  $z$
- La metà della somma di  $z$  e del suo coniugato è uguale alla parte reale di  $z$
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Siano  $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  due applicazioni lineari. Quale delle seguenti proprietà è vera?

- L'immagine di  $f$  è inclusa nell'immagine della composizione  $f \circ g$
- Il nucleo di  $f$  è incluso nel nucleo della composizione  $(g \circ f): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$
- Il nucleo di  $f$  è incluso nel nucleo della composizione  $(f \circ g): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia  $A = \{x^2 + 1 : x \in \mathbb{N} \text{ e } x \text{ è un numero pari minore di } 10\}$  e sia  $B = \{t \in \mathbb{N} : t < 20 \text{ e } t \text{ dispari}\}$ . ( $\mathbb{N}$  è l'insieme dei numeri interi positivi). Allora

- L'intersezione  $A \cap B$  contiene 2 elementi
- L'intersezione  $A \cap B$  contiene 3 elementi
- L'intersezione  $A \cap B$  contiene 4 elementi
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Domande con risposta libera

ATTENZIONE: E' fondamentale che usiate un linguaggio matematico preciso e corretto.

Fate un esempio di un insieme di vettori che generano  $\mathbb{R}^3$  ma che non sono linearmente indipendenti, e spiegate perche' ha le proprieta' richieste.

$\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1),(1,1,1)\}$  e' un insieme di generatori di  $\mathbb{R}^3$ ; infatti i primi tre vettori sono quelli della base canonica e bastano loro a generare tutto lo spazio. Non e' un insieme di vettori linearmente indipendenti perche' l'ultimo vettore si ottiene come somma dei primi tre vettori.

Descrivi a parole come si calcolano le soluzioni dell'equazione complessa  $z^4=1$ .

Si scrive  $z$  in coordinate polari  $z=(\rho,\theta)$ , si calcola la quarta potenza  $z^4=(\rho^4,4\theta)$ , e si uguaglia ad 1, scritto in coordinate polari, cioe'  $(1,0)$ . Infine si risolve il sistema con  $\rho^4=1$ , e quindi  $\rho=1$ ; e  $4\theta = 0 + 2k\pi$  (dove  $\pi$  e'  $\pi$  greco), e quindi  $\theta = 0, \pi/2, \pi, 3/4\pi$ , dopo di che le  $\theta$  si ripetono. Si hanno quindi le 4 soluzioni scritte in coordinate polari:  $z_1=(1,0)$ ;  $z_2=(1,\pi/2)$ ,  $z_3=(1,\pi)$ ,  $z_4=(1,3/4\pi)$ . In coordinate cartesiane:  $z_1=1$ ,  $z_2=i$ ;  $z_3=-1$ ,  $z_4=-i$ .

Attenzione: controllare bene tutte le risposte, una volta inviato il modulo NON si torna indietro.

Confermo che ho controllato le risposte, e sono pronto ad inviare il modulo \*

Si

Questo modulo è stato creato all'interno di Università di Pisa.

Google Moduli