GEO - 19/07/2021 - Parte 1

Avete a disposizione 60 minuti. Il test comprende 3 quiz a scelta multipla (punteggio 3 punti per ogni risposta corretta, -1,5 punti per ogni risposta sbagliata, 0 punti se non si risponde), 3 domande con risposta da motivare (punteggio da -1 a 3,5 punti), e 3 domande con risposta libera (punteggio fino a un massimo di 4,5 punti per ogni domanda). Il totale massimo dei punteggi e' 33. Il punteggio minimo per superare questa parte e' 17. Buon lavoro!

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**mauro.di.nasso@unipi.it**) è stato registrato quando hai inviato questo modulo.

QUIZ SCELTA MULTIPLA. Quale delle seguenti affermazioni significa che la funzione f:X-->Y e' iniettiva? *

- ○ Ogni elemento x di X ha un'unica immagine f(x) in Y
- ◉ Ogni elemento y di Y e' immagine di al piu' un elemento x di X
- ○ Ogni elemento y di Y e' immagine di almeno un elemento x di X
- ○ NESSUNA RISPOSTA

QUIZ SCELTA MULTIPLA. Supponiamo che T:R^m-->R^n sia un'applicazione lineare suriettiva, e sia A la matrice associata. Quale delle seguenti affermazioni e' vera? *

- ○ La matrice A non ha colonne libere
- ◉ Il numero di colonne di A e' maggiore o uguale al suo numero di righe
- ○ Tutte le colonne della matrice A sono colonne pivot
- ○ NESSUNA RISPOSTA

QUIZ SCELTA MULTIPLA. Sia A una matrice quadrata diagonalizzabile. Quale delle seguenti affermazioni e' vera? *

- ○ A e' necessariamente invertibile
- ○ A e' necessariamente simmetrica
- ◉ A ha necessariamente tutti gli autovalori reali
- ○ NESSUNA RISPOSTA

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. L'insieme W di tutti i polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 2 costituisce uno spazio vettoriale. Qual e' la sua dimensione? Motivare la risposta.

La dimensione e' 3. Infatti B={1, x, x^2} e' una sua base costituita da tre elementi.

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. Siano A e B due matrici quadrate nxn. Sapendo che sia A che B sono simmetriche, si puo' concludere che anche il prodotto AB e' una matrice simmetrica? Motivare la risposta.

NO. Infatti (AB)^t=B^t A^t=BA, e in generale BA e' diverso da AB. Ad esempio se A e' la matrice con prima riga 1,0 e seconda riga 0,0; e se B e' la matrice con prima riga 0,1 e seconda riga 1,0; allora sia A che B sono simmetriche ma il prodotto AB non e' simmetrica, perche' ha come prima riga 0,1 e come seconda riga 0,0.

DOMANDA CON RISPOSTA DA MOTIVARE. Scrivere tutte le soluzioni dell'equazione complessa z^4=1. Motivare la risposta.

1, -1, i, -i. Se z ha modulo rho ed argomento theta, dall'equazione risulta che rho^4=1, e quindi rho=1, e 4 theta=2k pi (pi denota pi greco). Quindi i valori possibili di theta sono 0, pi/2, pi, 3/2 pi. In corrispondenza delle coordinate polari (1,0), (1,pi/2), (1,pi) e (1,3/2 pi) si ottengono le quattro soluzioni 1, i, -1, -i.

DOMANDA CON RISPOSTA LIBERA. Spiega quali sono le condizioni affinche' una matrice quadrata A sia diagonalizzabile. *

Una matrice quadrata A e' diagonalizzabile se e solo se soddisfa (entrambe) le seguenti due condizioni: (1) Tutti i suoi autovalori sono reali; (2) Per ogni autovalore, la molteplicita' algebrica coincide con la molteplicita' geometrica.

DOMANDA CON RISPOSTA LIBERA. Supponiamo che la matrice A non abbia colonne libere. Cosa possiamo dire dell'insieme S delle soluzioni del sistema lineare omogeneo associato?

Nel caso generale con termini noti:

Se A non ha colonne libere, allora al variare dei possibili termini noti il sistema puo' non avere soluzioni (S=vuoto) oppure puo' avere esattamente una soluzione. In breve, l'insieme S delle soluzioni contiene al piu' un elemento. Se il sistema e' OMOGENEO, allora esiste una unica soluzione, cioe' la soluzione nulla dove tutte le variabili sono uguali a 0.

DOMANDA CON RISPOSTA LIBERA. Fare un esempio di un insieme di generatori di R^2 che non e' una base. Motivare la risposta.

v_1=(1,0), v_2=(0,1), v_3=(1,1) formano un insieme di generatori. Infatti gia' v_1 e v_2 sono sufficienti a generare tutti i vettori di R^2, cioe' Span{v_1,v_2}=R^2, e quindi a maggior ragione Span{v_1,v_2,v_3}=R^2. I tre vettori NON formano una base perche' non sono lineramente indipendenti. Infatti v_3 e' combinazione lineare degli altri due vettori: v_3=v_1+v_2

Attenzione: controllare bene tutte le risposte, una vota inviato il modulo NON si torna indietro.

Confermo che ho controllato le risposte, e sono pronto ad inviare il modulo *

- [x] Si