

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

del 27 Giugno 2013

Nome e Cognome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

1. Sia  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $F(x, y) = (x^2 - y^2)e^{2x+y}$ .
- (a) Individuare i punti stazionari di  $F$  e determinarne la natura;
  - (b) Mostrare che in un intorno del punto  $P = (-2, 1)$  l'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : F(x, y) = 3e^{-3}\}$$

è grafico di una funzione  $y = f(x)$  di classe  $\mathcal{C}^1$  e scriverne l'equazione della retta tangente in  $P$ ;

- (c) Trovare gli eventuali massimi e minimi locali di  $F$  sul vincolo di equazione  $x^2 - y^2 = 1$ .
2. Sia  $V \subset \mathbb{R}^3$  il sottoinsieme definito da

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}.$$

- (a) Calcolare il volume di  $V$ ;
  - (b) Calcolare l'area della superficie costituita dal bordo di  $V$ .
3. Sia  $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  il campo vettoriale definito da  $\mathbf{F} = (x^3y, 2xy)$ .
- (a) Calcolare il rotore di  $\mathbf{F}$  e dire se  $\mathbf{F}$  è conservativo;
  - (b) Calcolare  $\oint_{\partial A^+} \mathbf{F}_1 dx + \mathbf{F}_2 dy$  dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \max\{1, |x|\}, x^2 + y^2 \leq 8\}.$$