

Esercizi per il corso di Analisi Matematica

Limiti

1. Discutere l'esistenza ed eventuale valore dei seguenti limiti:

$$\begin{array}{ll} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 2^x}{\ln(\cos x)}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin([x])}{\ln(1 + [x] + x)}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x[x])}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(1 + x)}{\sin(2x)}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_{1/2}(1 - x^2)}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x - \sin x)}{\tan x}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - \sqrt{|x|})^{1/x}; & \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sqrt{|x|})^{1/x^2}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\cos x} - \sqrt{4 - x}}{4^{\sin x} - \cos x}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin^2 x} - \cos x}{x^2}; & \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{1 - \sin x}; \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^{x-1} - \sqrt{x}}{\ln(x)}; & \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x \sin x}; \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^{[x]} - 2^{[x]+x}}{1 - \cos(\sqrt{x})}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2^x - 3^x)}{1 - \cos x}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{3})}{(e^{2x} - 1) \ln(x^2)}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \frac{\pi}{3})}{\ln(x^2)}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + [x]) \sin([x])}{\ln(1 + x)}; & \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/(2 \sin^2 x)}; \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + x \cos x}{2x + x^3}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^2(x) - 2x^4}{\ln(\cos(x\sqrt{x}))}; \end{array}$$

2. Discutere l'esistenza ed eventuale valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2^x + \sin x;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{\ln(x)-x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x(\sqrt{2^x+1} - \sqrt{2^x-1});$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos(1/x);$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(1/x);$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{\sin(1/x)} - x \cos(1/x);$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{[x]} - 2^{[x]+1}}{xe^x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10^{1/(x^2-x)} - 10^{\ln x/x}}{\sin^2(1/x)};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left| \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right|^{-1/\ln x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2^x}\right)^{3^x};$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\cos(1/x)} - 2^{1/x}}{\ln(\cos(1/x))}.$$

3. Discutere al variare di $a, b \in \mathbb{R}$ l'esistenza ed il valore dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{a}{x}\right)}{e^{a/x} - e^{b/x}};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \sin\left(\frac{a}{x^b}\right).$$

Asintoti

1. Trovare gli eventuali asintoti delle seguenti funzioni:

a) $\sqrt{x^2 - x + 5};$

b) $\sqrt[3]{(x^2 - 3x)(x + 1)};$

c) $\frac{2x^3}{x^2 - 2}.$