

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE
PRIMO COMPITINO — TESTO A

31 gennaio 2011

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Il peso specifico del mercurio può variare fra 13 kg/dm^3 e 14 kg/dm^3 . Quali sono il valore stimato e l'errore assoluto del volume occupato da $27 \pm 2 \text{ kg}$ di mercurio?

Esercizio 1.2. Possono esistere due eventi indipendenti A e B di uno spazio degli eventi Ω tali che

$$p(A) = \frac{1}{8}, \quad p(B) = \frac{1}{7} \quad \text{e} \quad p(A \cap B) = \frac{2}{56} ?$$

Esercizio 1.3. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 3x^2 - 2$ è invertibile? Se sì, determina la funzione inversa; se no, spiega perché non lo è.

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Una popolazione di tigri siberiane viene tenuta sotto osservazione per alcuni anni di seguito.

- (1) Nel 2008 la popolazione consiste di 96 tigri femmine e 304 tigri maschi. Calcola la percentuale di tigri femmine e di tigri maschi nella popolazione.
- (2) Nel 2009 la popolazione era composta da 360 tigri, di cui il 30% femmine. Calcola il numero di tigri maschi e di tigri femmine nel 2009.
- (3) Sapendo che la percentuale di tigri femmine nel 2009 è stata calcolata con un errore assoluto di 5, tra quali valori può variare il numero di tigri femmine nel 2009?
- (4) Nel 2010 la popolazione era composta da 200 tigri, e la percentuale di tigri maschi è diminuita del 10% rispetto al 2009. Quante tigri della popolazione sono maschi nel 2010?
- (5) Qual è la media del numero di tigri femmine fra il 2008 e il 2010? E la varianza?
- (6) Nel 2011 il numero totale delle tigri nella popolazione è aumentato del 10% rispetto al 2010, mentre la percentuale di tigri femmine è diminuita dell'8% rispetto al 2010. Si può dire se il numero di tigri femmine nel 2011 è aumentato o diminuito rispetto al 2010 o manca qualche dato? Se sì spiega come, altrimenti scrivi il/i dato/i mancanti.

Esercizio 2.2. Il codice (PIN) di accesso a un cellulare è dato da 4 simboli, che possono essere o cifre (da 0 a 9) o lettere (di un alfabeto di 26 lettere).

- (1) Quanti sono i possibili codici?
- (2) Qual è la probabilità che tutti i simboli di un codice preso a caso siano lettere? E che tutti i simboli siano cifre?
- (3) Qual è la probabilità che nelle prime due posizioni di un codice preso a caso vi sia la coppia ordinata "1A"? E "11"?
- (4) Qual è la probabilità che un codice preso a caso contenga esattamente due cifre e due lettere?

Esercizio 2.3. La muscolatura della lingua in una specie di formichieri è determinata geneticamente da un gene con tre possibili alleli: l'allele "A" che permette di piegare la lingua verso l'alto, l'allele "B" che permette di piegarla verso il basso, e l'allele "N" che non fornisce abilità particolari. Gli alleli "A" e "B" sono dominanti sull'allele "N"; inoltre il genotipo "AB" produce formichieri che possono piegare la lingua in tutte le direzioni. La popolazione dei formichieri che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che il 31.25% dei formichieri nella popolazione può piegare la lingua verso l'alto, il 31.25% verso il basso, il 12.5% in tutte le direzioni e il 25% in nessuna direzione.

- (1) Calcola la probabilità di tutti gli alleli e di tutti i genotipi.
- (2) Qual è la probabilità che un formichiere preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso l'alto sapendo che il padre la piega in tutte le direzioni e la madre solo verso il basso?
- (3) Qual è la probabilità che un formichiere preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso l'alto sapendo che la madre la piega solo verso il basso?
- (4) Qual è la probabilità che un formichiere preso a caso nella popolazione sappia piegare la lingua solo verso l'alto sapendo che entrambi i genitori la piegano solo verso il basso?