

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
TERZO COMPITINO — TESTO A
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

3 giugno 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi^2} \sin\left(\frac{x}{\pi}\right) dx.$$

Esercizio 2. Calcola la derivata della funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{\sin(t)} dt.$$

Esercizio 3. Trova per quale valore di k la funzione $f_k(x) = \sqrt{1+x^k}$ risolve l'equazione differenziale

$$y' = \frac{2x^3}{y}.$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Sopra ad un segmento di ferro di lunghezza 2 m viene disposta una sostanza con concentrazione non uniforme: se x è la distanza da un estremo del segmento, la concentrazione in quel punto vale $C(x) = 2x - x^2$ g/m.

- (a) Calcola il quantitativo totale di sostanza disposta sul segmento.
- (b) Calcola quanto vale in media la concentrazione sul segmento.

4 Nome e cognome _____ Matricola _____

Esercizio 5. Stai studiando la crescita di una colonia di batteri. Al tempo $t = 0$, il numero di individui $y(0)$ è approssimabile a 0. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione $2y \cdot y' = t e^t$. Trova la formula esplicita che descrive il numero $y(t)$ di batteri presenti al tempo $t \geq 0$. Traccia poi il grafico della funzione y , considerando anche valori di t negativi.

Nome e cognome _____ Matricola _____ 5

Esercizio 6. Trova tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$4y'' - 12y' + 5y = 0.$$