

ANNO ACCADEMICO 2018–19

SCIENZE GEOLOGICHE

**MATEMATICA**

**PRIMO SCRITTO — TESTO B**

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

**10 giugno 2019**

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

## PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata delle funzione  $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$ .

**Esercizio 2.** Trova per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$ , se esistono, le due rette  $r$  e  $s$  di equazione parametrica rispettivamente

$$r : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} k \\ -2 \\ 3+k \end{cases} + t \begin{cases} k \\ 2k \\ -1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 6k \\ k/2 \\ -1 \end{cases} + t \begin{cases} 3 \\ 2k \\ 1+3k \end{cases}$$

sono ortogonali.

**Esercizio 3.** Calcola il valore della costante  $\alpha$  in modo che  $f_X(x) = \alpha x^3$  possa essere la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua  $X$  definita sull'intervallo  $[0, 2]$ .

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f_1$  il cui dominio sia dato dall'unione delle due semirette chiuse  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ;
- (ii) una funzione  $f_2$  continua e decrescente su tutto  $\mathbb{R}$  per cui sia anche vero che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = -2$ ;
- (iii) una funzione dispari  $f_3$  il cui grafico sia tangente alla retta  $y = x + 1$  nel punto  $(1, 2)$ .

**Esercizio 5.** Nel grande magazzino di cui sei direttore avviene in media un furto in un piano del negozio ogni 6 anni. Ipotizzando che i furti siano eventi indipendenti, calcola:

- (i) la probabilità che tra un furto e l'altro passino almeno 3 anni;
- (ii) la probabilità che l'anno prossimo si verifichi almeno un furto.

Dopo un anno passato a preoccuparti dei furti, decidi di studiare meglio la situazione e scopri che esistono tre produttori principali di sistemi antifurto: Asorveglia, Ballarme e Ccamera. I sistemi prodotti da Asorveglia costano 3000 euro per ogni piano e hanno una probabilità pari a 0.4 di prevenire un furto al piano; quelle prodotte da Ballarme costano 2000 euro per ogni piano e hanno una probabilità pari a 0.3 di prevenire un furto al piano; e quelle prodotte da Ccamera costano 1000 euro per ogni piano e hanno una probabilità pari a 0.1 di prevenire un furto al piano. Sapendo che il grande magazzino ha 8 piani e puoi spendere 15000 euro, quanti piani devi affidare a ciascun produttore in modo che il valore atteso del numero di furti prevenuti sul totale dei piani sia pari a 2?

**Esercizio 6.** Stai studiando la crescita di una colonia di tartarughe di terra. Al tempo  $t = 0$ , il numero di individui  $y(0)$  consiste di 50 unità. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione  $y' = (80 - y)t$ .

- (i) Trova la formula esplicita che descrive il numero  $y(t)$  di tartarughe presenti al tempo  $t \geq 0$ .
- (ii) Traccia il grafico della funzione  $y$ , considerando anche valori di  $t$  negativi.
- (iii) Sapendo che ogni tartaruga mangia 2 etti di insalata al giorno, stima (motivando la risposta) quanti chili di insalata possono certamente bastare ad assicurare sufficiente cibo all'intera colonia di tartarughe per 1000 giorni.