

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE GEOLOGICHE
MATEMATICA
SECONDO SCRITTO — TESTO A
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

15 luglio 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il dominio e la derivata delle funzione $f(x) = \log(1 - x^2)$.

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 \sqrt{x+1} dx.$$

Esercizio 3. Sia X una variabile aleatoria continua definita sull'intervallo $[0, 1]$. La funzione di densità di X è $f_X(x) = ax^2 + b$, per due parametri reali a e b . Calcola, se possibile, il valore di a e b sapendo che $\mathbb{E}[X] = 3/5$. [*Suggerimento:* ricorda quanto vale l'integrale di una densità di probabilità.]

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- 1) una funzione f_1 tale che $f_1(x) = 1$ se e solo se x è un intero pari, cioè se e solo se $x = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$;
- 2) una funzione f_2 continua e decrescente su tutto \mathbb{R} per cui sia anche vero che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 2$;
- 3) una funzione f_3 il cui grafico sia tangente al grafico della funzione $g(x) = x^2$ nel punto $(1, 1)$ e tale che $f_3(1/2) = -1$.

4 Nome e cognome _____ Matricola _____

Esercizio 5. Nel tuo magazzino sono conservate 1000 mele: 700 verdi e 300 rosse. Il 5% delle mele verdi e il 3% delle mele rosse sono bacate. Calcola:

- 1) la probabilità che prendendo a caso una mela dal magazzino questa sia bacata;
- 2) la probabilità che su 5 mele prese a caso dal magazzino ce ne siano esattamente 2 bacate.

Esercizio 6. Per un fissato valore k , considera la parabola p_k di equazione

$$p_k : y = x^2 - k.$$

- 1) Al variare di $k > 0$, determina l'ordinata dei punti (o del punto) del grafico di p_k che hanno distanza minima dall'origine degli assi. [*Suggerimento:* potrebbe essere utile distinguere fra il caso $0 < k < 1/2$ e il caso $k \geq 1/2$.]
- 2) Indichiamo con $d_k(x)$ la distanza tra il punto su p_k di ascissa x e l'origine degli assi. Studia la funzione d_k per $k = 1/4$, arrivando a disegnarne il grafico.
- 3) Stessa domanda del punto precedente per $k = 1$.