

ANNO ACCADEMICO 2016–17
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI
MATEMATICA
SECONDO SCRITTO — TESTO B
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

5 giugno 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$h(x) = \sin\left(\frac{1+x^2}{x-2}\right).$$

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{-2\pi}^{2\pi} 2x^2 \sin(x) dx.$$

Esercizio 3. Trova un vettore di lunghezza 3 ortogonale al vettore $v = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.
Quanti ce ne sono?

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (i) una funzione decrescente, con dominio tutto \mathbb{R} , e tale che la sua immagine sia l'intervallo aperto $(-2, +\infty)$.
- (ii) una funzione periodica di periodo 2, definita su tutto \mathbb{R} , e con valore medio 3.
- (iii) una funzione $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tangente in $x = -1$ alla retta di equazione $y = -x + 1$, e tale che $h(0) = h(1) = 0$.

4 Nome e cognome _____ Matricola _____

Esercizio 5. Al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, studia il seguente sistema lineare (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e in tal caso trova tutte le soluzioni):

$$\begin{cases} x - y - 2z + \beta w = 1, \\ x - 2z - (1 + \beta)w = \beta - 1, \\ 3x + \beta y + 4z - w = 2. \end{cases}$$

Esercizio 6. Studia la seguente funzione:

$$h(x) = \log \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \right),$$

arrivando a disegnarne un grafico approssimato. Determina le coordinate degli eventuali punti di massimo e minimo locali della funzione. [Il simbolo $\log(y)$ denota il logaritmo naturale di y .]