

ANNO ACCADEMICO 2016–17
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA
TERZO SCRITTO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

11 settembre 2017

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Due negozi di elettrodomestici vendono il lunedì la stessa lavatrice allo stesso prezzo. Il primo negozio il martedì dimezza il prezzo della lavatrice, per poi raddoppiarlo il giovedì. Il secondo negozio invece il martedì diminuisce il prezzo della stessa lavatrice del 50%, e il giovedì lo aumenta del 50%. In quale dei due negozi ti conviene comprare la lavatrice il venerdì? La risposta dipende dal prezzo iniziale della lavatrice?

Esercizio 2. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$h(x) = \sin(\log(\sin x)),$$

dove il simbolo $\log(y)$ denota il logaritmo naturale di y .

Esercizio 3. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{\pi/2}^{2\pi/3} \sin(x) e^{2\cos(x)+1} dx.$$

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (i) una funzione f con dominio tutto \mathbb{R} che abbia un punto di minimo in $x = -1$ ed un punto di massimo in $x = 0$;
- (ii) una funzione g con dominio tutto \mathbb{R} che abbia un punto di massimo in $x = 0$ e come asintoto orizzontale l'asse delle ascisse;
- (iii) una funzione $h: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 0]$ tale che, per ogni $k \in [-1, 0]$, l'equazione $h(x) = k$ abbia infinite soluzioni reali.

Esercizio 5. Al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori di a il sistema ha soluzione, e in tal caso determina tutte le soluzioni) il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z + w = 4, \\ 2ax + w = 0, \\ -y + az - aw = -1, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$$

Esercizio 6. Una popolazione di gabbiani evolve secondo il modello

$$G(t) = 100(t + 1)e^{-t^2},$$

dove $G(t)$ denota il numero di gabbiani presenti al tempo t . Studia la funzione G anche per valori di t negativi, e determina in che istante t^* la popolazione raggiunge il massimo numero di individui. In quale istante $t_0 > 0$ la popolazione di gabbiani sta decrescendo più velocemente?