ANNO ACCADEMICO 2017–18

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA

APPELLO STAORDINARIO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

29 Marzo 2018

Nome e cognome____

Matricola____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo "0.5" o "No" non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = (x^2 + x + 1)^7.$$

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_1^e \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 dx.$$

Esercizio 3. Determina se esistono dei valori di $\mu \in \mathbb{R}$ per cui i vettori $\vec{v} = \mu\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + \vec{k}$ e $\vec{w} = -\mu\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \mu\vec{k}$ siano ortogonali. Se ritieni che esistano, trovali; se ritieni che non esistano, spiega perché.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

(i) una funzione f_1 definita e continua su $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, tale che la retta $x = 1$ sia un asintoto verticale e la retta $y = 2$ sia un asintoto orizzontale.

(ii) una funzione f_2 con dominio $(1, +\infty)$ e tale che $\lim_{x \to 1^+} f_2(x) = -\infty$.

(iii) una funzione $f_3 \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che l'equazione $[f_3(x)]^2 = 1$ sia soddisfatta se e soltanto se x è un numero intero multiplo di 2.

Esercizio 5. Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e in tal caso trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + kw = k + 1 \ , \\ x + (2k+1)y + kz + 2k^2 w = 2k^2 + 3k + 1 \ , \\ x + 2y + 2kw = 2k + 1 \ . \end{cases}$$

Esercizio 6. Una popolazione di batteri evolve secondo il modello

$$B(t) = \left(6 + \frac{20e^t}{e^{2t} + 4}\right) \times 10^3,$$

dove $B(t)$ denota il numero di batteri presenti al tempo t (misurato in giorni). Studiando la funzione $B(t)$ anche per valori di t negativi, determina in che istante t^* il gruppo di batteri conta il massimo numero di individui e, in tale istante, calcola l'incremento percentuale rispetto al numero di batteri presenti al tempo $t = 0$.