

ANNO ACCADEMICO 2017–18
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

MATEMATICA
PRIMO SCRITTO — TESTO A

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

5 giugno 2018

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola la derivata della seguente funzione:

$$h(x) = \int_0^{2x} e^{\sin(t)} dt.$$

[*Suggerimento:* Puoi utilizzare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale.]

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_{\pi}^{\frac{5\pi}{2}} \cos(x) \sqrt{2 + \sin(x)} dx.$$

Esercizio 3. Può esistere un sistema di due equazioni in quattro incognite senza soluzioni? Se pensi che la risposta sia affermativa scrivine uno; se pensi che la risposta sia negativa spiega perché.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- (i) una funzione f con dominio tutto \mathbb{R} , e tale che la sua immagine sia l'intervallo chiuso $[1, 10]$;
- (ii) una funzione g con dominio tutto \mathbb{R} , e tale che la sua immagine sia l'intervallo aperto $(1, 10)$;
- (iii) una funzione h con dominio tutto \mathbb{R} , tangente in $x = 1$ alla retta di equazione $y = 2x - 1$, e tale che la sua immagine sia l'intervallo $(-\infty, 2]$.

Esercizio 5. Fissato $a \in \mathbb{R}$, sia $r_a \subset \mathbb{R}^3$ la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - ay - 2z = -1 - 4a - a^2, \\ 2x + ay - z = 1 - 2a + a^2, \end{cases}$$

e sia $\pi_a \subset \mathbb{R}^3$ il piano di equazioni parametriche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (i) Per ogni $a \in \mathbb{R}$ determina la posizione reciproca di r_a e π_a .
- (ii) Per quali valori di a il punto di intersezione fra r_a e π_a , se esiste, appartiene al piano di equazione cartesiana $x + y + z = 0$?

Esercizio 6. Studia la funzione

$$h(x) = e^{\frac{2+x}{4x+x^2}},$$

arrivando a disegnarne un grafico approssimato. Esiste un punto di minimo per la funzione che abbia ascissa positiva?