

ANNO ACCADEMICO 2018–19

SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**

**SCRITTO PER LAVORATORI, FUORI CORSO E GENITORI —  
TESTO A**

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

**13 Novembre 2018**

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

**Esercizio 2.** Sia  $n$  un intero positivo. Scrivi una formula che in funzione di  $n$  esprima il valore del seguente integrale definito:

$$\int_0^1 x e^{n x^2} dx.$$

**Esercizio 3.** Determina per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  i due vettori  $\vec{v} = \vec{i} - 3\alpha\vec{j} + 3\vec{k}$  e  $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\alpha\vec{k}$  sono ortogonali.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione pari  $f_1$  continua su  $\mathbb{R}$  e tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = 0$ .
- (ii) una funzione dispari  $f_2$  continua su  $\mathbb{R}$  e tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = -1$ .
- (iii) una funzione  $f_3$  continua su  $\mathbb{R}$  e con immagine l'intervallo  $[0, 3]$ .

**Esercizio 5.** Al variare del parametro  $\beta \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e in tal caso trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + z = \beta , \\ -x + (\beta + 1)y - z = -2\beta , \\ x + y + (\beta + 1)z = 0 . \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Un paracadutista si lancia all'istante  $t = 0$  con velocità verticale misurata in metri al secondo pari a  $v(0) = 0$ . Mentre è in volo, la sua velocità  $v(t)$  all'istante  $t$  è determinata dall'equazione differenziale

$$v' = 10 - v .$$

- (i) Risolvi l'equazione differenziale trovando un'espressione esplicita per la funzione velocità  $v$ .
- (ii) Assumendo che il lancio avvenga da un'altezza di 1000 metri, calcola approssimativamente quanti secondi ha il paracadutista per aprire il paracadute, se quest'ultimo deve essere azionato ad un'altezza dal suolo non inferiore a 100 metri.