

ANNO ACCADEMICO 2017–18  
SCIENZE GEOLOGICHE E SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI

**MATEMATICA**  
**QUARTO SCRITTO**

PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

7 gennaio 2019

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome, numero di matricola e corso di laurea su tutti i fogli che si consegnano!*

## PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{\sin(x)}.$$

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito:

$$\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1} dx.$$

**Esercizio 3.** Le rette nello spazio  $r_1$  e  $r_2$  di equazioni parametriche rispettivamente

$$r_1 : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 2 \\ 0 \\ 1/3 \end{cases} + s \begin{cases} -2 \\ -2 \\ 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2 : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} -1/3 \\ 1 \\ 3/2 \end{cases} + t \begin{cases} 1 \\ 7 \\ 4 \end{cases}$$

sono ortogonali (cioè hanno vettori direttori ortogonali)?

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f_1$  definita su  $\mathbb{R} \setminus \{0, -1\}$  e che abbia le rette  $x = 0$  ed  $x = -1$  come asintoti verticali.
- (ii) una funzione  $f_2$  definita su tutto  $\mathbb{R}$  tale che la sua immagine sia l'intervallo  $[0, 1)$ .
- (iii) una funzione  $f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabile e dispari tale che la retta  $y = 2x - 1$  sia tangente al grafico di  $f_3$  nel punto  $x_0 = 1$ .

**Esercizio 5.** Al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$  studia (cioè determina per quali valori del parametro il sistema ammette soluzione, e per quei valori trova le soluzioni) il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + ky - z + w = 1, \\ -x + y + z - w = k, \\ kx + y + z - w = 1. \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Una giornata in Borsa si apre con le tue azioni che valgono 10 euro l'una. Al tempo  $t > 0$ , il prezzo per azione segue poi la legge

$$P'(t) = (1 - 2t)P(t).$$

- (i) Risolvi l'equazione differenziale e traccia il grafico della funzione  $P(t)$  anche per valori di  $t$  negativi.
- (ii) Supponendo che il tempo sia misurato in ore, determina in quale momento della giornata ti conviene vendere il tuo pacchetto azionario.