

ANNO ACCADEMICO 2018–19  
SCIENZE NATURALI E AMBIENTALI  
**MATEMATICA**  
**PRIMO SCRITTO — TESTO B**  
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO

10 giugno 2019

Nome e cognome \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI:** Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

*Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!*

## PRIMA PARTE

**Esercizio 1.** Calcola il dominio e la derivata delle funzione  $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$ .

**Esercizio 2.** Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^{\pi} x \cos(x) dx.$$

**Esercizio 3.** Trova per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$ , se esistono, le due rette  $r$  e  $s$  di equazione parametrica rispettivamente

$$r : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} k \\ -2 \\ 3+k \end{cases} + t \begin{cases} k \\ 2k \\ -1 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{cases} 6k \\ k/2 \\ -1 \end{cases} + t \begin{cases} 3 \\ 2k \\ 1+3k \end{cases}$$

sono ortogonali.

SECONDA PARTE

**Esercizio 4.** Trova un esempio di:

- (i) una funzione  $f_1$  il cui dominio sia dato dall'unione delle due semirette chiuse  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ ;
- (ii) una funzione  $f_2$  continua e decrescente su tutto  $\mathbb{R}$  per cui sia anche vero che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = -2$ ;
- (iii) una funzione dispari  $f_3$  il cui grafico sia tangente alla retta  $y = x + 1$  nel punto  $(1, 2)$ .

**Esercizio 5.** Uno zoo deve creare tre tipologie di habitat per animali: forestali, lacustri e di prateria. La realizzazione di un habitat richiede che vi lavorino contemporaneamente giardinieri, architetti del paesaggio e zoologi. Un habitat forestale richiede 4 giardinieri, 1 architetto e 3 zoologi; un habitat lacustre richiede 2 giardinieri, 2 architetti e 2 zoologi; un habitat di prateria richiede 3 giardinieri, 1 architetto e 2 zoologi. Sapendo che lo zoo ha alle proprie dipendenze 19 giardinieri, 7 architetti e 14 zoologi, e sapendo che ciascuno di loro può lavorare a un solo habitat, quanti habitat di ciascun tipo è in grado di realizzare lo zoo?

**Esercizio 6.** Stai studiando la crescita di una colonia di tartarughe di terra. Al tempo  $t = 0$ , il numero di individui  $y(0)$  consiste di 50 unità. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione  $y' = (80 - y)t$ .

- (i) Trova la formula esplicita che descrive il numero  $y(t)$  di tartarughe presenti al tempo  $t \geq 0$ .
- (ii) Traccia il grafico della funzione  $y$ , considerando anche valori di  $t$  negativi.
- (iii) Sapendo che ogni tartaruga mangia 2 etti di insalata al giorno, stima (motivando la risposta) quanti chili di insalata possono certamente bastare ad assicurare sufficiente cibo all'intera colonia di tartarughe per 1000 giorni.