

ANNO ACCADEMICO 2018–19
SCIENZE NATURALI E SCIENZE GEOLOGICHE
MATEMATICA
SCRITTO APPELLO STRAORDINARIO
PROFF. MARCO ABATE E FILIPPO DISANTO
12 Novembre 2019

Nome e cognome _____

Matricola _____

ISTRUZIONI: Si possono utilizzare libri di testo, dispense e appunti. Non si possono invece utilizzare calcolatrici, cellulari, computer, palmari, tablet e simili.

Giustificare tutte le risposte: risposte che si limitano a qualcosa del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se giuste.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

Scrivere le risposte negli spazi appositamente bianchi, o sul retro dei fogli. Se serve altro spazio, si possono consegnare ulteriori fogli purché sia ben chiaro dove si trovano le risposte alle varie domande.

Scrivere nome, cognome e numero di matricola su tutti i fogli che si consegnano!

2 Nome e cognome _____ Matricola _____

PRIMA PARTE

Esercizio 1. Calcola il dominio e la derivata delle funzione $f(x) = \log(1 - x^2)$.

Esercizio 2. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^1 x(1 + x^2)^9 dx.$$

Esercizio 3. Trova tutti i vettori di modulo 1 che sono ortogonali al piano di equazione $x + y + z = 0$.

SECONDA PARTE

Esercizio 4. Trova un esempio di:

- 1) una funzione $f_1(x)$ con dominio dato dall'unione degli intervalli aperti $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$;
- 2) una funzione $f_2(x)$ continua e crescente su tutto \mathbb{R} , per cui sia anche vero che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 0$;
- 3) una funzione $f_3(x)$ tangente alla retta $y = 3x$ nel punto $(1, 3)$.

4 Nome e cognome _____ Matricola _____

Esercizio 5. Considera i piani $\pi_1 : kx + y + z = 1$, $\pi_2 : kx + y + (2k + 1)z = 2k + 3$ e $\pi_3 : kx + y + (k + 1)z = k + 2$, dipendenti da un parametro reale k .

- 1) Per $k = 1$, calcola un'equazione parametrica per la retta che interseca π_1, π_2 e π_3 .
- 2) Per quali altri valori di k i tre piani intersecano tutti una stessa retta?

Esercizio 6. Una popolazione di pinguini conta al tempo $t = 0$ un numero di individui pari a $p(0) = 10$. Con il passare del tempo, la popolazione cresce secondo l'equazione $p' = (50 - p)t$, dove $p = p(t)$ denota la funzione che esprime il numero di pinguini in funzione del tempo $t \geq 0$.

- 1) Trova la formula esplicita per la funzione $p(t)$.
- 2) Traccia il grafico della funzione $p(t)$, considerando anche valori di t negativi.
- 3) Al crescere del tempo, trova il valore limite per il numero di pinguini.