Corso di Laurea in MATEMATICA
Anno Accademico 2003-04

Programma del corso di
Elementi di Geometria Differenziale

Prof. Marco Abate

1) Richiami di algebra multilineare: prodotti tensoriali, algebra esterna.

2) Varietà differenziabili. Applicazioni differenziabili. Partizioni dell'unità. Spazio tangente. Differenziale. Immersioni, embedding e sottovarietà. Fibrati vettoriali. Fibrato tangente e cotangente. Fibrati tensoriali. Sezioni di fibrati e campi vettoriali. Parentesi di Lie. Orientabilità. Rivestimento doppio di una varietà non orientabile.

3) Metriche Riemanniane. Isometrie e isometrie locali. Esempi: $\mathbb{R}^n$, la sfera, lo spazio iperbolico. Connessioni su fibrati. Derivata covariante lungo una curva. Sezioni parallele e trasporto parallelo. Derivata covariante totale di un tensore. Connessione di Levi-Civita. Divergenza, gradiente, Hessiano e Laplaciano.

4) Geodetiche. Mappa esponenziale. Intorni normali e uniformemente normali. Lunghezza di una curva. Distanza Riemanniana. Formula per la prima variazione della lunghezza d'arco. Le geodetiche sono le curve localmente minimizzanti. Lemma di Gauss. Teorema di Hopf-Rinow.

5) Curvatura Riemanniana, sezionale, di Ricci e scalare. Equazione di Jacobi e campi di Jacobi. Punti coniugati. Teorema di Cartan-Hadamard. Teorema di É. Cartan sulle isometrie locali. Spazi a curvatura costante. Formula per la seconda variazione della lunghezza d'arco. Forma di Morse. Teorema di Bonnet-Myers. Teorema di Weinstein-Synge.

Bibliografia

– M. Abate, Appunti del corso, 2004.
– M.P. do Carmo, *Riemannian geometry,* Birkhäuser, Basel, 1993.
– J.M. Lee, *Riemannian manifolds: an introduction to curvature,* Springer-Verlag, Berlin, 1997.
– J.M. Lee, *Introduction to smooth manifolds,* Springer-Verlag, Berlin, 2003.

Modalità d'esame

Anche se l'esame è solo orale, si consiglia caldamente agli studenti di superare preventivamente i due compitini svolti durante il semestre.