# TRAIETTORIE BALISTICHE

Immaginiamo di lanciare una pietra con posizione iniziale l'origine, velocità iniziale $v$ e angolo di tiro $\theta$. Prendiamo come modello semplificato per la resistenza dell'aria

$$R = -k(x', y') \qquad k = \text{coefficiente aerodinamico.}$$

Le equazioni del moto sono quindi,

$$m(x'', y'') = m(0, -g) - k(x', y')$$

con condizioni iniziali

$$x(0) = y(0) = 0, \qquad x'(0) = v\cos\theta, \qquad y'(0) = v\sin\theta.$$

Le equazioni differenziali

$$\begin{cases} x'' = -kx'/m \\ x(0) = 0,\ x'(0) = v\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} y'' = -g - ky'/m \\ y(0) = 0,\ y'(0) = v\sin\theta \end{cases}$$

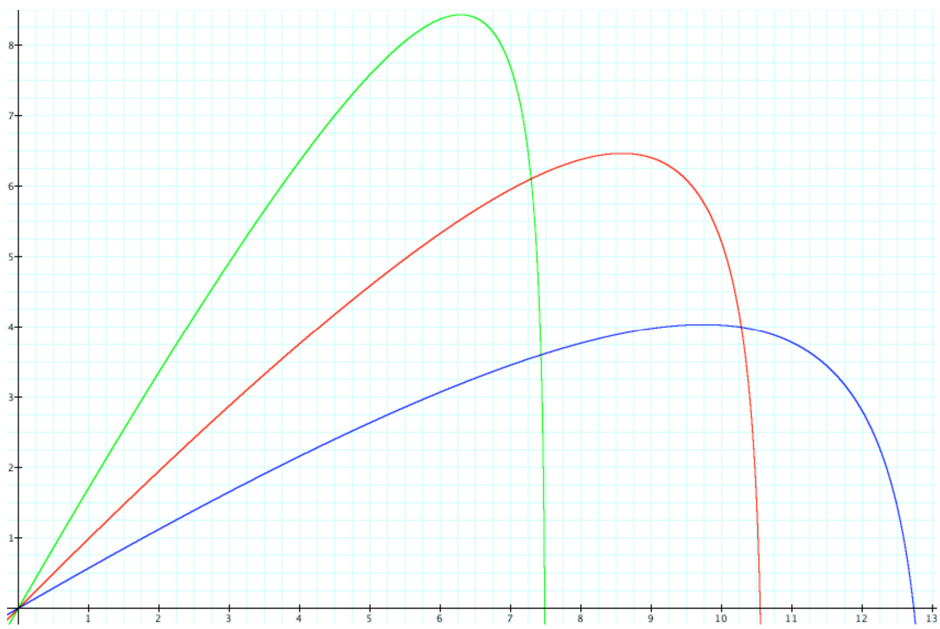
si integrano facilmente e si trova la forma parametrica della traiettoria

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{mv\cos\theta}{k}\left(1 - e^{-kt/m}\right) \\ y(t) = -\dfrac{gm}{k}t + \dfrac{m^2}{k^2}\left(g + \dfrac{kv\sin\theta}{m}\right)\left(1 - e^{-kt/m}\right). \end{cases}$$

In forma cartesiana si ha

$$y(x) = x\tan\theta + \frac{gm}{k}\left[\frac{x}{v\cos\theta} + \frac{m}{k}\log\left(1 - \frac{kx}{mv\cos\theta}\right)\right]$$

che produce traiettorie non più paraboliche ma della forma seguente, dove si è usato un coefficiente $k$ di resistenza piuttosto grande, per evidenziare la natura non parabolica delle curve. Va notato che la gittata massima non si ottiene più per $\theta = 45°$ ma per angoli più piccoli, dipendenti dai dati del problema.




$\theta = 30°$, $\quad \theta = 45°$, $\quad \theta = 60°$