Strategia per superare un test

Immaginiamo un test di valutazione con le caratteristiche seguenti:

- 20 domande a risposta multipla, da scegliere tra 5 risposte possibili;
- risposta esatta = 1 punto, risposta errata = -0.25 punti, risposta non data = 0 punti;
- il test si considera superato con punteggio totale ≥ 7 punti.

È evidente che non conviene rispondere a 8 domande (eliminandone una non si perde nulla ma si può guadagnare), nè a 9 domande (aggiungendo 3 risposte non si perde nulla ma si può guadagnare), nè a 10 domande (aggiungendo 2 risposte non si perde nulla ma si può guadagnare), nè a 11 domande (aggiungendo 1 risposta non si perde nulla ma si può guadagnare). In maniera analoga si scartano le opzioni 13, 14, 15, 16, 18, 19 risposte, per cui il numero di risposte possibili è solo 7, 12, 17, 20.

Consideriamo ora un candidato ed indichiamo con p il suo *"coefficiente di preparazione"*, cioè la probabilità che, nel caso di risposta, la risposta data sia esatta (supponiamo che p non dipenda dalla domanda considerata). Vogliamo determinare, in funzione di p, quale tra le scelte 7, 12, 17, 20 sia quella che dia al candidato la maggiore probabilità $F(p)$ di superare il test. Abbiamo

$$F_7(p) = p^7 \; ; \qquad F_{12}(p) = \sum_{k=0}^{4} \binom{12}{k} p^{12-k}(1-p)^k \; ;$$

$$F_{17}(p) = \sum_{k=0}^{8} \binom{17}{k} p^{17-k}(1-p)^k \; ; \qquad F_{20}(p) = \sum_{k=0}^{10} \binom{20}{k} p^{20-k}(1-p)^k \; .$$

I grafici seguenti delle funzioni F_7 (puntini), F_{12} (trattini), F_{17} (linea continua sottile), F_{20} (linea continua spessa) mostrano che per ogni $p \geq 0.2$ la scelta più conveniente è dare 20 risposte. L'eventualità $p < 0.2$ non è considerata in quanto $p = 0.2$ già corrisponde ad un candidato che sceglie le risposte completamente a caso.

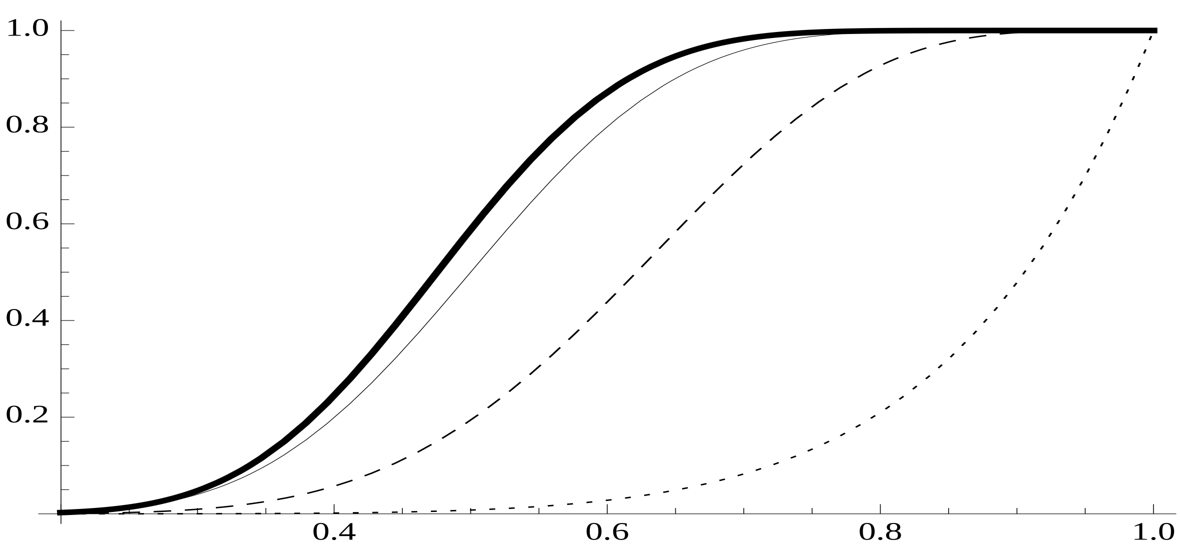

Figure 1: Plot di F_7 (puntini), F_{12} (trattini), F_{17} (continua sottile), F_{20} (continua spessa).