**Prova libera n. 4**

**1.** Ordinare in maniera crescente i tre numeri seguenti:

$$1000!, \qquad 2^{1000}, \qquad 10^{300}.$$

**2.** Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z^2 - z = |z|^2 - |z|.$$

**3.** Determinare tra le funzioni seguenti quelle che risultano iniettive su tutto $\mathbf{R}$:

$$xe^x, \qquad \log(1+x^2), \qquad \arctan x.$$

**4.** Calcolare la derivata prima della funzione

$$f(x) = (2x)^x \ .$$

**5.** Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $x = 0$ al grafico della funzione

$$f(x) = \log(1+x) + \big| \log|x-3| \big| \ .$$

**6.** Tra le funzioni seguenti indicare quelle che risultano monotone crescenti:

$$xe^x, \qquad x^3|x|, \qquad (-x)^3, \qquad x - \arctan x.$$

**7.** Determinare gli intervalli di convessità della funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{x-1} \ .$$

**8.** Determinare il massimo intervallo contenente l'origine in cui risulta convessa la funzione

$$\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \ .$$

**9.** Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno dell'origine, fino all'ordine 4 compreso, della funzione

$$f(x) = (1+\cos x)^2 \sin x.$$

**10.** Determinare, al variare del parametro reale $a > 0$, i primi due termini significativi dello sviluppo di Taylor (per $x \to 0$) della funzione

$$f(x) = \frac{\sin x + axe^x}{\cos x} \ .$$