

Prova libera n. 5

1. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = 2x \arctan x.$$

2. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos(\log x)}{x^2} dx .$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx .$$

4. Scrivere lo sviluppo di Taylor in un intorno dell'origine, fino all'ordine 4 compreso, della funzione

$$f(x) = (1 + \sin x)^2 \cos x.$$

5. Determinare il polinomio di Taylor di centro l'origine e ordine 3 della funzione

$$f(x) = (x - 2) \tan(\sin x) .$$

6. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = x \log \left(\frac{1-x}{1+x} \right).$$

7. Calcolare l'area della regione piana

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x}-1}{x(\sqrt{x}+1)} \right\}.$$

8. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x^5 - x + 1}{x^4 + x^2} .$$

9. Calcolare l'area della regione piana compresa tra il grafico della funzione $f(x) = -e^x$ e la retta passante per i punti $(1, -e)$ e $(0, -1)$.

10. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\sqrt{3}} |x-1| \arctan x dx .$$