

### Prova libera n. 6

1. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = x(x^2 + 5)^{-3/2} .$$

2. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{x(\log x)^{2/3}} .$$

3. Dati due parametri reali  $a, b$ , calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{a \sin x + b \cos x} .$$

4. Calcolare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{2x + 2\sqrt{x} + 1} .$$

5. Trovare la primitiva  $F$  della funzione

$$f(x) = x \log(1 + x^2)$$

tale che  $F(1) = \log 2$ .

6. Calcolare l'area della regione piana compresa tra l'asse delle ascisse ed il grafico della funzione

$$f(x) = (x + 1) \log(x^2 + 4) \quad \text{con } |x| \leq 1 .$$

7. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{n+1} \int_1^2 \frac{x}{(1 + nx^2)^n} dx .$$

8. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^2 f(x) dx$$

dove  $f$  è la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 + 2x|3x - 1| & \text{se } x \leq 0 \\ (1 + x)e^{x/2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

9. Tra gli integrali impropri seguenti indicare quelli che risultano convergenti:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2 + x + 1} dx , \quad \int_0^1 \frac{\log(1 + \sqrt{x})}{\sin x} dx , \quad \int_3^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 3)(2x + 3)}} dx .$$

10. Determinare i valori del parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui risulta convergente l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x^7)}{x^\alpha \log(1 + x^3)} dx .$$