

Istituzioni di Matematica I
1 Luglio 2011

Esercizio 1. Date le funzioni $f(x) = \arcsen(x)$ e $g(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

- a. Determinare il dominio di definizione e l'immagine di $h = f \circ g$;
- b. Calcolare massimi , minimi e flessi di h ;
- c. Provare che h e' invertibile e calcolare $D(h^{-1})\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

Esercizio 2. Dati i numeri complessi $\alpha = \sqrt{3} - i$ e $\beta = \frac{2+i}{2i-1} + 1$:

- a) esprimerli in forma trigonometrica o esponenziale
- b) risolvere l'equazione $\alpha z^4 = \beta$.

Esercizio 3. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' \operatorname{sen}(x) + y(\cos(x) - \operatorname{sen}(x)) - x = 0 \\ y(-1) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 4. Dato il sistema :

$$\begin{cases} x + 2y + z = a \\ 2x + y + 3z = b \\ 6x + 6y + 8z = c \end{cases}$$

- a) determinare per quali valori di $a, b, c \in \mathbb{R}$ non esistono soluzioni;
- b) posto $a=1, b=0, c=2$ trovare le soluzioni.

Esercizio 5. Calcolare $\int_1^e t^3 \log(t^2) dt$.