

Istituzioni di Matematica- II Prova Intermedia
CIA
18 Maggio 2012

Esercizio 1. . Discutere l'esistenza e l'unicita' delle soluzioni del seguente sistema al variare dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 3x + 3y - \alpha z = \alpha \\ x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + \alpha = 1 \end{cases}$$

Nel caso in cui esistano soluzioni calcolarle.

Esercizio 2. Sia $f(x) = \sin^2(x) + \cos(x)$.

a) determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione f , sull'intervallo $[-\pi, \pi]$.

b) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{2}$.

c) trovare il numero di soluzioni dell'equazione $\sin^2(x) + \cos(x) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Calcolare l'area della regione sottesa dal grafico della funzione $f(x) = \log((x+1)^{(x-2)})$ sull'intervallo $[1, 3]$.

Esercizio 4. Calcolare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$x y' + 2y - \frac{\sin(4x)}{x} = 0 .$$

Se $y(x)$ e' la soluzione tale che $y(\pi) = 0$, quanto vale $y(\frac{\pi}{3})$?