

Istituzioni di Matematica I

13 Settembre 2011

Esercizio 1. Data $A_k = \begin{pmatrix} k^2 & 2(1+k) & 0 \\ 0 & 1 & -k \\ (1+k) & (2+k) & 1 \end{pmatrix}$, con $k \in \mathbb{R}$

- Calcolare il determinante di A_k
- Determinare il rango di A_k al variare di $k \in \mathbb{R}$
- Discutere il numero di soluzioni al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema

$$A_k \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+k \\ 2 \\ -2k \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = 1 + x \log^2(x)$:

- determinarne il dominio di definizione.
- Calcolare eventuali massimi e minimi.
- Discutere il numero di soluzioni dell'equazione $1 + x \log^2(x) = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a. Calcolare autovalori e autovettori della matrice: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 1 \\ 10 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

La matrice e' diagonalizzabile?

b. Calcolare $\sqrt[4]{-8-8i\sqrt{3}}$. Scrivere in forma algebrica i numeri complessi trovati e rappresentarli graficamente nel piano complesso.

Esercizio 4. Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = (x-1) \log(x^2+4)$ e l'asse delle x , per $x \in [0,1]$.

Esercizio 5. Risolvere il problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y' = \frac{2(y^2+1)}{x^2-1} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$