

**Istituzioni di Matematica**  
**STCIA**  
**17 Settembre 2012**

**Esercizio 1 .** Sia  $f: [-2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \sqrt{|9x - 3x^2|}$  . Dire se  $f$  soddisfa le ipotesi del teorema di Rolle. Determinare i massimi e minimi assoluti e relativi di  $f$  .

**Esercizio 2. (Punti 4).** Sia  $f$  una funzione continua su  $\mathbb{R}$  . Se il valore medio di  $f$  sull'intervallo  $[-3, 1]$  e' 2 e il valore medio di  $f$  sull'intervallo  $[-3, 7]$  e' 5, quale e' il valore medio di  $f$  sull'intervallo  $[1, 7]$ ?

**Esercizio 3.** Trovare tutti i valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

e' diagonalizzabile.

Posto  $a=0$  trovare autovalori e autovettori.

**Esercizio 4.** Data la funzione  $f(x) = \log(\sqrt{4+x^2}) - x$  trovare una primitiva  $F(x)$  tale che  $F(0)=1$  .

**Esercizio 5.** Trovare la soluzione generale dell'equazione

$$y' = 2x\sqrt{y} + 6\frac{y}{x}$$