

**Istituzioni di Matematica I**  
**11 Giugno 2013**

**Esercizio 1.** Trovare le coordinate dei punti  $P$  tali che la retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = e^x \sqrt{1-x}$  in  $P$  e' parallela all'asse delle ascisse. Esistono punti  $Q$  tali che la retta tangente al grafico di  $f$  in  $Q$  e' parallela all'asse delle ordinate?

**Esercizio 2.** Dato il sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + t & = 3 \\ 5x - by - z + 4t + 1 & = a \\ x + z - t & = 2 \end{cases}$$

determinare per quali valori di  $a, b \in \mathbb{R}$  il sistema ha soluzioni e in tal caso calcolarle.

**Esercizio 3.** Determinare tutte le soluzioni della seguente equazione differenziale, su  $(-\infty, -3)$ ,  $(-3, 0)$  e  $(0, +\infty)$ :

$$x(x+3)y' + 3y = x(x+3)^2 e^{-x^2}.$$

**Esercizio 4.** Calcolare

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} dx$$

**Esercizio 5.** Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

- i) Trovare le funzioni  $f(x)$  derivabili tali che  $\int_0^x f^2(t) dt = f^3(x) + 1$ .
- ii) Esprimere i numeri complessi  $\alpha = 1 - \frac{2i-1}{2+i}$  e  $\beta = \sqrt{3} - 3i$  in forma trigonometrica e risolvere l'equazione  $\beta^2 z^4 + \alpha = 0$ .