

Istituzioni di Matematica - CIA
16 Luglio 2013

Esercizio 1. Sia $f(x) = (9 - x^2) \log(9 - x^2)$:

- a) Determinare il dominio di definizione di f . Provare che la funzione f è estendibile con continuità agli estremi del dominio di definizione. Sia \hat{f} questa estensione.
- b) Su quali intervalli la funzione \hat{f} è crescente? Trovare le coordinate dei suoi eventuali massimi, minimi.
- c) Provare che esistono due punti di flesso per \hat{f} .
- d) Disegnare il grafico di \hat{f} .
- e) Trovare il numero di soluzioni dell'equazione $\hat{f}(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) A è diagonalizzabile? (Giustificare la risposta).
- b) Calcolare gli autovettori associati all'autovalore 0.
- c) Trovare $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ tale che il sistema $AX = B$ non abbia soluzioni.

Esercizio 3. Determinare i valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ per cui $\int_0^a \sin(x) \sqrt{1 - \sin^2(x)} dx + \frac{1}{4} = 0$

Esercizio 4. Calcolare la lunghezza dell'arco di curva

$$f(x) = \frac{x^2}{4} - \log(\sqrt{x})$$

fra i punti di ascissa $x = 1$ e $x = e$.