

Istituzioni di Matematica
8 Gennaio 2014

Esercizio 1. Data la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -a \end{pmatrix}$$

- i) decidere per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la matrice e' diagonalizzabile.
- ii) Posto $a=1$, calcolare autovalori e autovettori.

Esercizio 2. Sia $f(x) = x^5(1 - \log(|x|))$. Determinare:

- i) Il dominio di definizione di f . La funzione e' estendibile con continuita' in $x=0$?
- ii) Su quali intervalli la funzione e' crescente e su quali e' convessa. Trovare i punti minimo e massimo relativi e assoluti e i punti di flesso.
- iii) disegnare il grafico di f .
- iv) Trovare il numero di soluzioni dell' equazione $f(x) = 12$.

Esercizio 3. Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} xy' - 6y - x^2\sqrt{x} = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Esercizio 4. Calcolare $\int \frac{\sin(2x)}{1 - \cos(x) + \sin^2(x)} dx$

Esercizio 5. Risolvere in campo complesso l'equazione

$$z^4 + (1-i)z^2 - i = 0$$

e scriverne le radici in forma algebrica.