

Istituzioni di Matematica - CIA
12 Febbraio 2015

Esercizio 1. Dire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false:

- i) La funzione $f(x) = |x - 2|$ verifica le ipotesi del teorema di Rolle, relativamente all'intervallo $[1, 3]$.
- ii) la funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x^2 - 1)}{\log(x)}$$

definita su $(1, +\infty)$ può essere estesa con continuità in $x_0 = 1$.

- iii) Esiste $k \in \mathbb{R}$ tale che la tangente al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1 - \operatorname{tg}(x)}{1 + \operatorname{tg}(x)}$$

nel punto $(\frac{\pi}{4}, 0)$ è parallela alla retta di equazione $y = kx + 3$.

Esercizio 2. Sia $f(x) = \log(|1 - x|) + 2x$.

- a) Trovare il dominio, l'immagine di f , ed eventuali asintoti.
- b) Trovare eventuali massimi, minimi (relativi e assoluti) e flessi di f .
- c) Trovare, se esistono, i valori $k \in \mathbb{R}$ tali che l'equazione $f(x) = k$ ha due soluzioni.

Esercizio 3. Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema è risolubile.

$$\begin{cases} x + y + \alpha z & = 2 \\ 2x + \alpha y - z & = 1 \\ x + y + 3z & = \alpha - 1 \end{cases}$$

Esercizio 4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \cos(x)y + \cos^3(x) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Risolvere e rappresentare sul piano di Gauss le soluzioni della seguente equazione:

$$z|z| - 2z + i = 0.$$