

Istituzioni di Matematica - CIA
12 Settembre 2014

Esercizio 1. Risolvere a scelta uno dei seguenti esercizi:

a) Trovare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$\alpha = \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^{12} + (1 - i)^{-6} + \frac{2 + i}{2i}$$

b) Date le rette

$$r : \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

riconoscerne la posizione reciproca.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = \frac{4 - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$, calcolare l'area sottesa dal suo grafico sull'intervallo $[0, 9]$

Esercizio 3. Risolvere l'equazione differenziale

$$\sin(t)y' + \cos(t)y = \sin(t)e^{-t}.$$

Esercizio 4. Discutere la risolubilità del seguente sistema al variare dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} 2x + ay - z = b \\ 2x + y - az = 4 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 5. La seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x - e^x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ (1 - x) \log(1 - x) & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

- i) è continua e derivabile sul suo dominio di definizione?
- ii) Determinare gli eventuali massimi o minimi di f .